



## Úlohy 1. kola letnej časti

Termín odoslania riešení tejto série je pondelok 9. marca 2015.

### 1. Zerg Bot

kat. Z; 0 b za popis, 15 b za program

Pracovitým KSP vedúcim študujúcim na Matfyz, počas písania nových zadaní poriadne vysmädlo. Avšak, sú príliš zaneprázdnení na to, aby si šli kúpiť kofolu. Postavili si preto robota, ktorý kofolu prinesie namiesto nich.

Matfyz je ale miesto veľmi zradné<sup>1</sup>. Niekedy na kľukatých chodbách z podlahy šľahá oheň (to je bežné, tak sa tam totiž kúri) a preto robot prechádzajúci takým miestom musí najskôr kúrenie pomocou tlačítka vypnúť. Vieš im pomôcť tohoto robota naprogramovať?

#### Úloha

Táto úloha je viac hra ako úloha, budete sa hrať s robotom a snažiť sa ho navigovať naprieč Matfyzom.

Dostanete prístup k programovaciemu rozhraniu robota, spolu s náhľadom na level. V tomto rozhraní môžete pomocou jednoduchého programovacieho jazyka napísať pre robota program. Po napísaní si program môžete hneď aj spustiť, a uvidíte ako sa robot vďaka nemu pohybuje.

Vašou úlohou bude napísať program, pomocou ktorého robot bez ujmy na obvodoch prejde bludiskom. Samozrejme mu musí vydržať batéria a stačiť pamäť.

Hra má niekoľko sérií, jednou z nich je aj Tutoriál. Ten je pre riešiteľov KSP-Z nebudovaný, ale odporúčame si ho prejsť, pomôže zžiť sa s jazykom :).

Celý návod k hre ako aj k programovaciemu jazyku nájdete v hlavnom menu hry, kliknutím na tlačítko Návod.

#### Odvzdávanie a bodovanie

Hra má dve súťažné série po 5 levelov. Za každý level v sérii *Prask 1.4* dostanete 1 bod a za každý level v sérii *Prask 1.5* dostanete 2 body. Levely môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Akonáhle spustíte správny program a robot sa s jeho pomocou dostane do cieľa, budú vám automaticky pripísané body za daný príklad. To znamená, že k tejto úlohe nie je nutné odovzdávať žiaden popis alebo tradičným spôsobom odovzdávať program.

Hru nájdete na stránke <https://www.ksp.sk/specialne/ksp/32/3/1/>.

### 2. Zarovnaný kalendár

kat. Z; 6 b za popis, 4 b za program

Najnovšia móda v oblasti kalendárov je kalendár, v ktorom má každý mesiac 28 dní. Nie je to až taká novinka. Táto myšlienka je veľmi stará, ale KSPáci sa k nej dostali až nedávno. Rok sa v tomto kalendári skladá z 13 mesiacov, každý má presne 28 dní a na konci roka nasleduje špeciálny jeden deň, ktorý sa môže využiť na oslavy nového roka. Ak ste správne počítali, výsledný kalendár by mal presne toľko dní v roku ako náš bežný gregoriánsky kalendár. Niektorým KSPákom sa nový kalendár samozrejme nepáči, pretože ich pekné dátumy narodenia ako napr. 11.11. (tento dátum je super, pretože je zrkadlový a skladá sa iba z jednotiek) sa zmenia na nezaujímavé 7.12. Preto by všetci chceli rýchlo vedieť, ako bude vyzeráť ich dátum narodenia v novom kalendári (aby prípadne mohli protestovať alebo bojovať za jeho zavedenie). Takisto by ich zaujímalo, ktoré dni z nášho kalendára budú nejaké pekné dátumy v novom.

#### Úloha

Táto úloha sa bude skladať z dvoch častí. V prvej časti budete prevádzať dátumy z nášho kalendára do 28 dňového a v druhej časti zase naopak. Všetky dátumy budú patriť do roku 2015, takže nebudete musieť riešiť prestupné roky. Posledný deň v roku 28 dňového kalendára bude označený ako 1 14 (teda ako keby to bol prvý deň neexistujúceho 14. mesiaca).

<sup>1</sup>Balkóny dvojnásobne

## Vstup

Na prvom riadku vstupu je číslo 1, ktoré znamená, že sa bude prevádzať z nášho kalendára do 28 dňového alebo 2, ak to bude naopak. Nasleduje číslo  $n$ ,  $1 \leq n \leq 10^5$  – počet riadkov s dátumami. Ďalej máme  $n$  riadkov, každý obsahujúci dátum buď v našom alebo 28 dňovom formáte (dátumy sú uvedené klasicky, najskôr deň, potom mesiac). Vstupy budú rozdelené podľa toho, z ktorého kalendára prechody obsahujú. Ak sa vám podarí napr. prevádzať iba z gregoriánskeho kalendára do 28 dňového, môžete stále získať nejaké body.

## Výstup

Pre každý dátum zadaný na vstupe vypíšte jeho ekvivalent v opačnom formáte.

## Hodnotenie

Zo 6 bodov za popis budú 4 udelené štandardne za popis a zvyšné 2 za eleganciu vášho kódu. Body za kód sa rozdelia rovnomerne medzi obidva prevody (teda 2 za jeden smer a 2 za druhý).

## Príklady

vstup

```
1 3
11 11
1 2
31 12
```

výstup

```
7 12
4 2
1 14
```

vstup

```
2 3
7 12
4 2
1 14
```

výstup

```
11 11
1 2
31 12
```

## 3. Zoradiť všetky slová, vypíšiť $n$ -té

kat. Z; 7 b za popis, 3 b za program

Vlejdovi sa veľmi zapáčila úloha Zwarte doos z minulej série. Hneď vyriešil všetkých desať hlavolamov. Bohužiaľ, potrvá celkom dlho kým zwarte doos načerpá novú inšpiráciu a vymyslí nové hlavolamy. Preto sa Vlejd od nudy začal zamýšľať, ako taká zwarte doos funguje. Najviac sa mu zapáčil šiesty level z prvej série. Zistil, že krabička vie celkom rýchlo odpovedať aj keď do nej hodí veľmi veľké číslo. Rozhodol sa, že si to vyskúša naprogramovať.

## Úloha

Predstavte si, že zoberiete všetkých 26 veľkých písmen anglickej abecedy a poskladáte z nich všetky možné slová. Tieto slová potom zoradíte. Najskôr podľa dĺžky a potom podľa abecedy. Takto získate postupnosť, ktorej prvky vám vracala šiesta krabička. Prvé slovo je A a za ním nasledujú B, C, ..., Z, AA, AB, AC, AZ, BA, ..., ZZ, AAA, ...

Vašou úlohou bude urobiť program, ktorý na vstupe dostane číslo  $n$  a vypíše  $n$ -té slovo vyššie spomenutej postupnosti. Pre 1 má teda vypísať A, pre 28 AB ...

## Vstup

Na prvom riadku vstupu je  $1 \leq t \leq 10\,000$  – počet otázok pre krabičku. V každom z nasledujúcich  $t$  riadkov sa nachádza číslo  $1 \leq n \leq 10^{15}$ .

## Výstup

Pre každú otázku vypíšte  $n$ -té slovo postupnosti.

## Príklady

vstup

```
5
2
1
4961867752
47
7946
```

výstup

```
B
A
PAPAGAJ
AU
KSP
```

## 4. Och, tie darčeky!

kat. Z a O; 10 b za popis, 5 b za program

Usáma dostal na Vianoce obrovskú kopu darčiekov. A to vôbec nepreháňam! Bolo ich tak veľa, že ich ani nestihol začať rozbaľovať. Usáma totiž vie, že rozbaľovať darčeky nemôže len tak. Musí postupovať podľa špeciálneho, ním patentovaného postupu, ktorý je veľmi zložitý na prípravu.

Po skúsenostiach z predchádzajúcich Vianoc si popri práci zhotovil program, ktorý mu vie o každom darčeku celkom dobre predpovedať, koľko radosti získa z jeho otvorenia<sup>2</sup>. Podľa svojho programu si svoje darčeky usporiadal do radu s rastúcou predpovedanou radosťou, dokonca mu to tento rok vyšlo tak pekne, že každý darček mal inú predpovedanú radosť a boli to čísla od 1 po počet darčiekov. Z dĺžky tohto radu sa mu však zamotala hlava a rozhodol sa nechať si otváranie na ďalší deň.

Prišlo vytúžené ráno a Usáma celý naradostený vybehol z postele. Čakalo ho však nemilé prekvapenie. Jeho precízne zostrojený rad bol celý poprehadzovaný. K jeho radu darčiekov sa totiž dostala jeho snúbenica Maru a preusporiadala ho podľa kto vie čoho<sup>3</sup>. Rozhodol sa, že namiesto toho, aby darčeky začal otvárať preusporiadané, alebo že by medzi nimi pobehoval ako veвериčka na káve, zoradí si ich tak, aby sa ich poradie páčilo v každom momente aj Maru. Aby s tým nemal toľko roboty, rozhodol sa, že to celé docieli iba vymieňaním dvojíc darčiekov.

Začal teda vymieňať dvojice darčiekov a všimol si, že občas mu to Maru dovoľí, ale občas ich hneď vymení späť. Po chvíli testovania si všimol, že Maru vadí, ak vymieňa darčeky na na určitých dvojiciach pozícií. Pre každú dvojicu pozícií si teda zistil, či mu Maru dovoľí vymeniť darčeky na nej, alebo nie.

Keďže Maru nezaujímajú darčeky, ktoré vymieňa, ale len ich pozície, dá sa ľahko oklamať. Predstavme si, že na pozíciách 1, 2 a 3 sú darčeky A, B a C, čo si môžeme značiť ako (A, B, C). Usáma vie, že môže vymeniť darčeky na pozíciách (1, 2), (2, 3), ale v žiadnom prípade nemôže vymeniť (1, 3). Napriek tomu vie dostať stav (C, B, A), akurát ho to bude stáť viac operácií. Najskôr totiž vymení prvý darček z druhým, potom druhý s tretím (v tomto okamihu vyzerá jeho rad ako (B, C, A)) a opäť prvý z druhým.

Bohužiaľ, napriek tomu sa jeho darčeky nemusia dať zoradiť do pôvodného stúpajúceho poradia. Rád by sa však k tomuto poradiu aspoň čo najviac priblížil. Pokúste sa mu pomôcť.

### Úloha

Usáma dostal  $n$  darčiekov. Postupnosť čísel 1 až  $n$ , kde sa každé číslo nachádza práve raz, nazveme permutácia. Na vstupe dostanete permutáciu  $n$  čísel, ktorá predstavuje rad v momente keď sa Usáma zobudil. Pre každú dvojicu pozícií sa navyše dozvieme, či môžete vymeniť prvky na týchto pozíciách alebo nie.

Vašou úlohou je nájsť najmenšiu permutáciu, ktorú môžete vytvoriť z permutácie na vstupe len výmenou dovolených dvojíc. Permutácia  $A$  je menšia ako permutácia  $B$ , ak má na prvej pozícii, kde sa tieto dve permutácie líšia, menšiu hodnotu.

Polovica bodov sa dá získať za riešenie, ktoré predpokladá, že ak sa dajú vymeniť darčeky na daných pozíciách nejakou postupnosťou výmen, tak sa dajú vymeniť aj priamo. Príklad z rozprávky túto vlastnosť nemá, keďže prvky na pozíciách 1 a 3 sa dajú vymeniť nejakou postupnosťou výmen, ale nie priamo.

### Formát vstupu

Na prvom riadku dostanete číslo  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) udávajúce počet čísel v permutácii. V druhom riadku bude  $n$  čísel z rozsahu 1 až  $n$ , každé práve raz, udávajúce počiatočnú permutáciu.

Nasleduje  $n$  riadkov, v každom z nich  $n$  číslic, každá buď 0 alebo 1, s nasledujúcim významom: Ak je v  $i$ -tom riadku a  $j$ -tom stĺpci 1, tak je možné priamo vymeniť darček na pozícii  $i$  s darčekom na pozícii  $j$ . Môžete predpokladať, že číslo v  $i$ -tom riadku a  $j$ -tom stĺpci sa zhoduje s číslom v  $j$ -tom riadku a  $i$ -tom stĺpci. Taktiež môžete predpokladať, že v  $i$ -tom riadku a  $i$ -tom stĺpci bude vždy 1.

<sup>2</sup>To viete, ak dostane od rodičov niečo veľkosti svetra, vie takmer na istotu povedať, že ide o sveter. Ale od niekoho iného môže ísť o niečo vskutku exotické.

<sup>3</sup>Zeny.

## Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok a v ňom  $n$  čísel, najmenšiu permutáciu, ktorú vie Usáma zostrojiť z pôvodnej, vymieňaním iba povolených dvojíc pozícií.

## Hodnotenie

Je päť sád vstupov.

Počet darčiekov v týchto sádach je postupne 10, 50, 200, 500, 1000. V prvej, druhej a štvrtej sade navyše platí, že ak sú dve čísla vymeniteľné nejakou postupnosťou výmen, dajú sa vymeniť aj priamo.

## Príklady

vstup	výstup
<pre>3 3 2 1 110 111 011</pre>	<pre>1 2 3</pre>

*Darčeky 3 a 1 nemôže Usáma vymeniť priamo, ale môže ich vymeniť pomocou druhého darčeka.*

vstup	výstup
<pre>3 2 3 1 100 010 001</pre>	<pre>2 3 1</pre>

*Tu si Usáma nijako neporadí, nemôže totiž nič vymieňať.*

vstup	výstup
<pre>4 2 3 1 4 1001 0110 0110 1001</pre>	<pre>2 1 3 4</pre>

## 5. Zlovestný svet

kat. Z a O; 0 b za popis, 15 b za program

Po týždni strávenom lozením po horách sa Katka vrátila naspäť do civilizovaného sveta a do svojho biologického labáku. Dušu jej ale ťažilo trápenie.

Jej obľúbený plyšový hroch bol teraz vážne chorý a hrozilo to najhoršie. Hory a chlad mu proste nespravili dobre. Dlhé noci sa oňho musela starať a uplatňovať všetky svoje poznatky z imunológie, mikrobiológie, analýzy, fyziológie a iných okultných náuk.

Nakoniec ale všetko dobre dopadlo. Hroch to prežil. Kaťa si ale povedala, že niečo takéto už nikdy nechce zažiť znova a teda, že hrocha už so sebou nebude na takéto túry nosiť. To by tam ale musela chodiť sama a to sa jej nechce. Rozhodla sa teda, že si ako správna biologička vyšľachtí niekoľko silných, alergiám, malátnosti, a kazom odolných vtákokopyskov.

To ale nie je sranda. Také šľachtenie je mimoriadne komplikovaná vec a ani Kaťa jej úplne nerozumie. Jediné, čo teda môže robiť, je zobrať niekoľko génov, zlepíť ich za seba a dúfať, že jej vznikne vtákokopysk so chcenými vlastnosťami. Aby otestovala jeho odolnosť, pošle ho na bakalársky seminár. Čím dlhšie tam vydrží, tým je odolnejší. Takto si Katka mieša a testuje už niekoľko mesiacov. Pomôžte jej tento proces trochu zautomatizovať.

## Úloha

Vašou úlohou je napísať program, ktorý bude schopný vytvoriť čo najodolnejšieho vtákokopyska. Na výrobu vtákokopyska potrebujeme 50 génov (tak málo to je, lebo je plyšový). Gény sú písmená A, C, G a T.

Dokopy máte  $n = 100\,000$  pokusov na ukuchtenie toho najodolnejšieho stvorenia aké kedy tento seminár videl (a to teda naozaj nie je ľahká úloha). Po každom pokuse sa dozvieme, ako veľmi bolo vaše stvorenie odolné. Kto vytvorí najodolnejšieho vtákokopyska vyhrá. Samozrejme je tu aj istý časový limit.

## Bodovanie

Zo všetkých (najviac 100 000) vašich pokusov jedného odovzdaného programu sa vyberie najodolnejší vtákopysk. Čím bude tento vtákopysk odolnejší, tým viac bodov za program dostanete.<sup>4</sup>

Skoro určite sa vám nepodarí vytvoriť vtákopyska, ktorý na bakalárskom seminári vydrží viac ako 85 dní (pochybujeme, že taký vôbec môže existovať). Pokiaľ váš vtákopysk vydrží 80 alebo viac dní, dostanete plný počet bodov. Za 67 a viac dní dostanete aspoň 10 bodov, za 53 a viac dní aspoň 5 bodov. Ak váš vtákopysk nevydrží ani 10 dní nedostanete žiadne body, iba by ste Kaťu zbytočne rozosmútili. Dostať môžete ľubovoľný celočíselný počet bodov od 0 po 15, veď odovzdajte nejaké riešenie a uvidíte.

## Poznámka

Možno ste si všimli, že nikde nie je napísané, čo tá odolnosť vlastne znamená. No, svet je tajomný a komplikované miesto a naozaj nikto netuší, čo treba mať na zvládnutie bakalárskeho semináru. Odporúčame vám si pri testovaní vymyslieť si nejakú vlastnú funkciu a zistiť, ako na nej vaša metóda kuchtenia funguje.

Dobré je robiť veľa testov na vlastnom počítači, nie všetko čo naprogramujete hneď odovzdávať.

## Formát vstup a výstupu

V tejto úlohe budete komunikovať s naším programom (krutý svet príkorie). Jednoducho na (štandardný) výstup vypíšete reťazec 50 znakov z ACGT končiaci znakom nového riadku a na vstup dostanete jedno celé číslo predstavujúce odolnosť vášho výtvoru. Toto môžete opakovať až 100 000 krát, ak sa pokúsíte spýtať viac otázok, váš pokus bude považovaný za neplatný.

Ak nechcete využiť všetky pokusy, musíte namiesto reťazca znakov vypísať znak K (ako koniec).

Ak chcete dostať odpoveď, **je nutné** po každom vypísaní génov výstup presunúť z pamäte na štandardný výstup pomocou príkazu `fflush(stdout)`; v C++, alebo `flush(output)`; v Pascale.

## Príklad

Komunikácia medzi vašim a našim programom by mohla vyzerať napríklad nasledovne:

Váš program vypisuje:	Testovač vypisuje:
AAAAAA..ďalších 40 znakov..AAAA	30
ACGTAC..ďalších 40 znakov..ACGT	58
CCCCC..ďalších 40 znakov..CCCC	42
K	

Najlepší vtákopysk prežil 58 dní. Riešenie by dostalo 6 bodov.

## 6. Obedové menu: ryža

kat. O; 10 b za popis, 10 b za program

V Číne majú veľa malých chlapcov a dievčat. Chlapcov trochu viac. A ešte viac ryže.

V poslednom čase je ale v ich škôlkach stále viac a viac plačúcich a nešťastných detí. Začali sa totiž učiť matematiku. Konkrétne, zatiaľ sa naučili počítat do veľkých čísel a tiež násobiť a deliť dvomi.

Mohli by ste si myslieť, že majú množstvo domácich úloh, alebo že ich matematika nebaví. Opak je však pravdou. Akonáhle získali túto novú superschopnosť, využívajú ju každý deň. Hlavne pri obede. Skôr než sa pustia do jedenia, každý si spočíta svoje zrnká ryže.<sup>5</sup>

Keď má každý spočítanú svoju ryžu, začne sa druhá fáza obeda. Porovnávanie. Ak niekto zistí, že má dvakrát viac zrniek ako spoluškôlkar, má právo povyšovať sa a vysmievať sa mu. Potom nasleduje plač, alebo si ublížený chlapec či dievča nájde niekoho, kto má ešte dvakrát menej ryže. Deti niekedy bývajú kruté.

Pani vychovávateľky sú bezradné. Tolko plaču a kreatívnych nadávok, koľko počuli za posledné obdobie ešte nikdy nezažili. Proces výučby sa samozrejme rýchlo zastavil, no nedá sa deti odnaučiť od toho, čo už vedia.

Preto by, ako náhradné riešenie, chceli niektorým deťom zobrať ryžu a dať im tofu. Ryžu treba zobrať deťom tak, aby nemali žiadni dvaja škôlkari  $x$  a  $2x$  zrniek ryže. Pani vychovávateľky si uvedomujú, že tofu nemá nikto rád<sup>6</sup>, a preto by ho chceli dať **čo najmenej** deťom. Tiež by ich zaujímalo, koľkými spôsobmi sa dá deťom zobrať najmenší počet ryžových tanierov a rozdať tofu.

<sup>4</sup>Jednotlivé programy sa však naďalej hodnotia nezávisle a ráta sa len posledný odovzdaný program. Upozorňujeme vás, aby ste v tejto úlohe neodovzdávali príliš veľa programov, napríklad takých 200 už je veľa ale 10 až 30 je úplne v poriadku. Pokiaľ budete odovzdávať priveľa programov, môžeme sa rozhodnúť ohodnotiť iný ako posledný program.

<sup>5</sup>Vďaka tejto zábavke tiež obedujú niekoľko hodín, a tak nemusia ísť poobede spať.

<sup>6</sup>A všetku tú ryžu musí tiež niekto zjesť.

## Úloha

Na obed je pripravených  $n$  porcií ryže. O každej porcii sa dozviete jedno číslo – počet zrníkov ryže. Tieto čísla sú na vstupe usporiadané vzostupne. Niektoré porcie potrebujete odobrať tak, aby nikto nedostal dvakrát viac ryže ako hocikto iný. Inak povedané, aby nezostali žiadne dve porcie, ktoré majú  $x$  a  $2x$  zrníkov. Snažíte sa odobrať čo najmenej porcií.

Zistite tiež, koľkými spôsobmi sa dajú porcie odobrať tak, aby boli splnené predošlé požiadavky. Dva spôsoby sú rôzne ak existuje aspoň jedna porcia, ktorú sme v jednom spôsobe nechali a v druhom nie. Keďže týchto spôsobov môže byť veľmi veľa, vypíšte len zvyšok po delení prvočíslom 1 000 000 009.

### Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je kladné celé číslo  $n$  neprevyšujúce 1 000 000 udávajúce počet porcií. Na ďalšom riadku nasleduje  $n$  čísel  $r_i$  oddelených medzerami, pričom pre každé z nich platí  $0 < r_i < 10^{18}$ . Čísla  $r_i$  sú zoradené od najmenšieho po najväčšie.

### Formát výstupu

Vypíšte dve celé čísla oddelené medzerou: najväčší možný počet porcií, ktoré zostanú po odobratí potrebných tanierov a počet spôsobov ich výberov premodulovaný 1 000 000 009. Výstup ukončíte znakom nového riadku.

### Príklad

vstup	výstup
8 1 2 2 3 4 5 5 6	5 4

*Žiadne povyšovanie a čo najmenej tofu dosiahneme ak necháme deťom tieto porcie: 1 3 4 5 5, 1 4 5 5 6, 2 2 3 5 5, 2 2 5 5 6*

## 7. Och, koho len mám zabiť?

kat. O; 12 b za popis, 8 b za program

Keď George R. R. Martin<sup>7</sup> začal písať svoju ságu A Song of Ice and Fire<sup>8</sup>, túto otázku si kládol veľmi často. Veľmi rýchlo však dospel k presvedčeniu, že aj tak všetci musia zomrieť<sup>9</sup> a jeho knihy sa stali krvavým festivalom. Ako skúsený autor však vie, že je dôležité, v akom poradí jednotlivé postavy zomrú.

Má Bran zomrieť skôr ako Arya? A čo s Theonom, poprípade Petyrom Baelishom? Prežije Daenerys svojich drakov, alebo ju Drogon spáli svojim plameňom a potom zomrie v boji proti Jaimimu Lannisterovi? Všetky tieto otázky si musel George položiť a rozmýšľať, ktorá odpoveď je najlepšia. Postupne sa dopracoval k jednej novej permutácii úmrtí, ktorá sa mu zdala ako veľmi dobrá.

Stále si však nebol istý (predsa len, všetkých možných permutácií je faktoriál veľa) a preto skúšal túto permutáciu zmeniť. Postupne vyskúšal všetky jej cyklické rotácie a porovnával ich medzi sebou. K najlepšiemu zisteniu však prišiel, keď lexikograficky zoradil všetky tieto cyklické rotácie jednu pod druhú a pozrel sa na čísla v poslednom stĺpci. Zdalo sa mu, že toto poradie úmrtí bude najlepšie možné.

Skôr ako si ho však zapísal, do izby vnikol prievan a odfúkol mu všetky papieriky s permutáciami. Zúfalý George si ale pamätá niekoľko prvých čísel jeho vysnívanej permutácie a to, že táto permutácia bola lexikograficky najmenšia možná s takýmto začiatkom. Pomôžte mu zistiť, ako vyzerá jeho zvolená permutácia, lebo zabije vaše obľúbené postavy ako prvé<sup>10</sup>.

## Úloha

Najskôr si opäť zopakujme ako vznikla Georgova žiadaná permutácia. Na začiatku má permutáciu  $P$  zloženú z  $n$  prvkov – čísel od 1 po  $n$ . Postupne si zoberie všetky cyklické rotácie tejto permutácie. Cyklickú rotáciu permutácie dostanete tak, že odstránite niekoľko prvých členov  $P$  a v takom istom poradí ich pridáte na koniec zvyšku tejto permutácie. Dostaneme teda  $n$  cyklických permutácií, lebo aj pôvodná permutácia patrí medzi jej cyklické permutácie.

Tieto permutácie teraz lexikograficky usporiadame a v tomto poradí zoradíme pod seba. Permutácia je lexikograficky menšia ako iná permutácia, ak má na prvej pozícii zľava, kde sa tieto permutácie líšia, menšie číslo. Dostaneme tabuľku  $n \times n$ . Teraz si zoberme posledný stĺpec tejto tabuľky a dostaneme Georgovu vysnívanú permutáciu. Sami si rozmyslite, že táto postupnosť je naozaj permutácia.

<sup>7</sup>Toto je len umelecké meno nášho obľúbeného Georga, vševedca, všeumelca a dobrodruha.

<sup>8</sup>Z ktorej k dnešnému dátumu vyšlo už 5 kníh a bol k nej natočený úspešný seriál Game of Thrones.

<sup>9</sup>Valar morghulis.

<sup>10</sup>Samozrejme, zomrú aj tak, ale môžete im zabezpečiť trošku dlhší život, poprípade menej drastickú smrť.

Ukážme si tento postup na príklade. Majme permutácia  $P = (2, 4, 5, 1, 3)$ .

cyklické rotácie		lexikograficky zoradené
2 4 5 1 3		1 3 2 4 5
4 5 1 3 2		2 4 5 1 3
5 1 3 2 4	---->	3 2 4 5 1
1 3 2 4 5		4 5 1 3 2
3 2 4 5 1		5 1 3 2 4

Výsledná permutácia je  $R = (5, 3, 1, 2, 4)$ .

A teraz prichádza vaša úloha. Poznáte niekoľko začiatočných prvkov permutácie  $R$ , ktorá vznikla z nejakej permutácie  $P$  vyššie spomínaným postupom. Navyše viete, že  $R$  je lexikograficky najmenšia permutácia, ktorá mohla vzniknúť takýmto spôsobom a má daný začiatok. Zistite, ako vyzerá permutácia  $R$ .

### Formát vstupu

V prvom riadku je číslo  $n$  udávajúce počet prvkov hľadanej permutácie. V druhom riadku je číslo  $m$  – počet začiatočných prvkov permutácie  $R$ , ktoré poznáte.

Tretí riadok obsahuje  $m$  čísel, ktoré určujú prvých  $m$  prvkov permutácie  $R$ .

### Formát výstupu

Vypíšte  $n$  čísel, každé na samostatný riadok. Tieto čísla majú tvoriť permutáciu  $R$ , ktorá je lexikograficky najmenšia možná vzhľadom na podmienky vzniku a začiatočné prvky. V prípade, že takáto permutácia neexistuje, vypíšte reťazec *Chybny vstup*.

### Hodnotenie

Vo všetkých vstupoch bude platiť, že  $n \leq 10^5$  a  $m \leq \min(n, 10^5)$ . Navyše môžete predpokladať, že v prvých dvoch testovacích sadách platí  $n \leq 10$  a v ďalších dvoch sadách platí, že  $n \leq 100$  a  $m \leq 50$ .

### Príklady

vstup	výstup
<pre>5 2 2 4</pre>	<pre>2 4 1 5 3</pre>
vstup	výstup
<pre>5 1 1</pre>	<pre>Chybny vstup</pre>
vstup	výstup
<pre>10 3 3 8 6</pre>	<pre>3 8 6 1 2 5 4 9 10 7</pre>

## 8. Ostrovný maják

kat. O; 10 b za popis, 10 b za program

Neďaleko kalifornského pobrežia je ostrov. Má svoje meno, ale miestni mu hovoria Ostrov. Na ostrove je maják. V majáku žije jeho správca. Má svoje meno, ale miestni mu hovoria Maják.

Maják z majáku dovidí ľubovoľným smerom do tej istej vzdialenosti. Môže teda pozorovať, čo sa deje vo vnútri konkrétneho kruhu, ktorého stredom je samotný maják. Všade v tomto kruhu okrem samotného majáku je voda.

Kruhom sa raz za čas preplaví nejaká loď. Všetky lode sa plavia po priamke (z ktorej Maják vidí len úsečku). Maják si do databázy poctivo zapisoval, kedy, odkiaľ a kam sa ktorá loď plavila.

Občas sa stane, že sa okolo majáku plavia dve lode naraz. A v tých najvzrušujúcejších chvíľach to dokonca chvíľu vyzerá na kolíziu. Vtedy jedna z lodí musí spomaliť alebo zrýchliť. A Maják je celý preč od radosti, že sa konečne niečo zaujímavé deje.

Po poslednej oslave Majákových narodenín však s kamarátmi blbli, menili heslá a z databázy zmazali stĺpec s časmi. Na nové heslá si ešte Maják ráno horko-ľazko spomenul, časy do databázy mu už ale nik nevráti.

## Úloha

Na obvode kruhu, ktorý vidí Maják z majáku, rovnomerne rozmiestnime  $r$  bodov (kde  $r$  je nepárne). Idúc po obvode kruhu body očísľujeme od 0 po  $r - 1$ . Lodí sa doteraz okolo plavilo  $n$ , tie očísľujeme od 0 po  $n - 1$ . O poradí lodí nič nevieme – napr. loď 3 mohla prejsť okolo skôr ako loď 47, neskôr ako loď 47, alebo zhruba v tom istom čase. Pre každé  $i$  platí, že loď  $i$  Maják prvýkrát uvidel v bode  $z_i$  a naposledy v bode  $k_i$ .

Váš program dostane na vstupe vyššie popísané údaje. Z nich by mal vypočítať počet dvojíc lodí  $i < j$  takých, že je možné, že sa lode  $i$  a  $j$  museli jedna druhej prispôbiť aby zabránili kolízii.<sup>11</sup> Pochopiteľne, lode považujte pri riešení úlohy za body.

## Formát vstupu

V prvom riadku je číslo  $n$  udávajúce počet lodí. V druhom riadku je číslo  $r$  udávajúce počet bodov na obvode kruhu (pričom  $r$  je nepárne číslo<sup>12</sup> väčšie ako  $2n$ ).

Nasleduje  $n$  riadkov, každý z nich popisuje jednu loď: obsahuje jej čísla  $z_i$  a  $k_i$ . Platí  $0 \leq z_i < r$  a  $0 \leq k_i < r$ . Navyše platí, že všetky hodnoty  $z_i$  a  $k_i$  sú navzájom rôzne. (Vstup teda obsahuje  $2n$  rôznych súradníc.)

## Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok a v ňom jedno celé číslo: počet dvojíc lodí, ktoré sa mohli vo vnútri kruhu stretnúť.

## Hodnotenie

Je päť sad vstupov.

Maximálne počty lodí v týchto sadách sú 20, 75 000, 200 000, 75 000 a 200 000.

Maximálne hodnoty  $r$  v týchto sadách sú 1000,  $10^6$ ,  $10^{18}$ ,  $10^{18}$  a  $10^{18}$ .

Navyše v tretej sade platí, že všetky vstupy sú generované rovnomerne náhodne (každé z čísel  $z_i$  a  $k_i$  je zvolené náhodne spomedzi všetkých ešte nepoužitých).

## Príklady

vstup

```
3
101
10 20
15 25
70 60
```

výstup

```
1
```

Lode 0 a 1 sa mohli stretnúť, ak sa plavili okolo majáku s Majákom zhruba v tom istom čase.

vstup

```
3
101
97 3
6 94
91 10
```

výstup

```
0
```

<sup>11</sup>Povšimnite si, že každú dvojicu treba posudzovať zvlášť. *Nepýtame* sa teda na to, koľko najviac takých dvojíc mohlo postupne nastať. Rozmyslite si sami, či a prečo je v tom rozdiel.

<sup>12</sup>To aby Majákovi nechodili lode cez maják.



vstup

```
4
101
0 50
25 75
20 80
82 22
```

výstup

```
4
```

## Zadania kategórie T

Nájdete ich na našej stránke <http://www.ksp.sk/ulohy>. Nezapudnite sa na ne pozrieť, čakajú na vás ďalšie štyri zaujímavé úlohy rôznych obtiažností.