



Korešpondenčný seminár z programovania

Leták zimnej časti XXXIX. ročníka

Korešpondenčný seminár z programovania (KSP) je súťaž programátorov – stredoškolákov a mladších – pripravovaná skupinou študentov Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Naším cieľom je zdokonaliť žiakov v programovaní a v algoritmickom myslení.

Riešením súťažných úloh a štúdiom vzorových riešení sa zlepšíš v programovaní a naučíš sa algoritmicky rozmýšľať. Získané poznatky a skúsenosti využiješ v iných súťažiach v programovaní (napríklad pri riešení [Olympiády v informatike](#)), v bežnom živote, počas vysokoškolského štúdia, dokonca aj na prijímacích pohovoroch do zamestnania. Naši riešitelia sa každoročne zúčastňujú a úspešne umiestňujú na medzinárodných olympiádach v informatike (v Austrálii, Taliansku, Kazachstane, Taiwane, ...). Mnoho našich bývalých riešiteľov sa tiež bez ťažkostí zamestnalo v špičkových IT spoločnostiach ako Google, Facebook, ESET, ...

Ak študuješ na strednej škole a zaujíma ťa programovanie, neváhaj a zapoj sa do KSP:

Ako sa zapojiť do KSP?

- **Prečítaj** si zadania. Nájdeš ich v tomto letáku a na našej stránke <https://www.ksp.sk/ulohy>. Každý rok máme zimnú a letnú časť, obe majú dve kolá s ôsmimi úlohami.
- Teš sa, aké sú tento rok pekné úlohy.
- **Vyrieš** úlohy. Nemusíš vyriešiť všetky, nemusíš ich vyriešiť najlepšie ako sa dá. Aj za čiastočné riešenia sa dostávajú body, za každú úlohu za dá získať 0 až 20 bodov.
- Na riešenie úloh jedného kola máš približne dva mesiace a môžeš ich riešiť doma bez toho, aby si niekam cestoval. Termín odovzdania úloh je napísaný aj na našej stránke, aj v PDF zadaniach. Úlohy sa nedajú odovzdávať po termíne, takže si to, prosím, nenechaj na poslednú chvíľu.
- Úlohy rieš samostatne a neprezrádžaj riešenia ostatným riešiteľom. Odpisovanie riešení a prezradenie riešení pred termínom kola je porušením pravidiel KSP. Po skončení kola sa, samozrejme, o riešeniach rozprávať môžeš. :)
- **Odozdaj** riešenia úloh. Odkaz na odovzdávanie úloh nájdeš pod webovým zadáním každej úlohy alebo na stránke <https://www.ksp.sk/odovzdavanie>. Na odovzdávanie sa treba prihlásiť, aby sme vedeli, komu máme dať body.
 - Vo väčšine úloh odovzdávaš program a popis.
 - Program je hneď po odovzdaní otestovaný testovačom a hneď vidíš, koľko bodov za program máš. Program môžeš odovzdávať znova a znova, až kým nie si spokojný s výsledkom. Ak nevieš, ako majú vyzeráť odovzdané programy, pozri si <https://www.ksp.sk/odovzdavanie-programov>
 - Do popisu slovne napíšeš, ako tvoje riešenie funguje, prečo funguje a tiež odhad časovej a pamätovej zložitosti programu. Viac sa dozvieš na stránke <https://www.ksp.sk/ako-riesit>. Popis opraví a obodujú vedúci KSP po skončení kola.
- Po skončení kola si **prečítaj vzorové riešenia** úloh (veľa sa z toho naučíš), pozri svoje opravené popisy (či ti tam vedúci nenapísali nejaké poučné komentáre), pozri sa do výsledkovky a **teš sa**, koľko máš bodov. Vo výsledkoch sa hodnotí samostatne letná a zimná časť. V každej časti je dôležitý celkový súčet bodov.
- Prečo sa máš tešiť z bodov? Čítaj ďalej.

Čo môžem vyhrať?

- Okrem neoceniteľných vedomostí, skúseností a zručností, ktoré získaš pri riešení semináru, môžeš vyhrať množstvo skvelých vecí.
- Všetci víťazi od nás dostanú **vecné ceny**.
- Pre 36 najlepších riešiteľov organizujeme každoročne dve týždenné **sústredenia**. Sústreďenie je niečo ako tábor, na ktorom spoznáš nových priateľov s podobnými záujmami, naučíš sa čosi viac nielen o programovaní a zažiješ kopec zábavy. Sústreďenia sú fakt skvelé akcie, najmä, keď ich organizuje Trojsten.

- Aby ste sa mohli pochváliť ostatným, akí ste šikovní, víťazom všetkých levelov udelíme a pošleme **diplomy**.
- Aj keď sa nedostaneš medzi víťazov, stále môžeš byť úspešným riešiteľom. Úspešný riešiteľ je ten, kto získal aspoň polovicu bodov počas celej časti (letnej, či zimnej).

Pravidlá a levely

Počnúc tridsiatym piatym ročníkom rušíme staré kategórie a prechádzame na nový systém *levelov*.

Každý riešiteľ má level, číslo od 1 po 4. Noví riešitelia začínajú na leveli 1 a pokiaľ sa im v riešení darí, level im postupne rastie. Svoj level si môže každý riešiteľ pozrieť na našej stránke. Riešiteľom s levelom L sa započítavajú body len za úlohy s číslami L až 8.

Vo výsledkových listinách (<https://www.ksp.sk/vysledky>) sa každému riešiteľovi počíta **5 najlepšie vyriešených úloh**. Celkovo sa dá za časť (dve kolá) získať 200 bodov. Riešitelia, ktorí sa v nejakej výsledkovke umiestnili na jednom z prvých dvoch miest a majú aspoň 150 bodov sú **víťazi**. Najlepších 36 riešiteľov pozývame na sústreďenie.

Podrobnejšie pravidlá si môžete prečítať na <https://www.ksp.sk/pravidla>.

Registrácia

Pred odovzdaním riešenia je potrebné sa zaregistrovať na našej webstránke a vyplniť požadované kontaktné údaje. Odporúčame sa zaregistrovať aspoň pár dní pred odovzdávaním riešenia (pre prípad, že by ste mali počas registrácie nejaké problémy).

Účastou v KSP nám dávate súhlas spracovať a archivovať údaje, ktoré nám poskytnete pri registrácii, ako aj zverejniť vaše meno, školu, ročník a získané body vo výsledkovej listine.



Úlohy 2. kola zimnej časti

Termín odoslania riešení tohto kola je pondelok **17. januára 2022**. Doprogramovávanie končí v pondelok 31. januára 2022.

1. Tajná aplikácia

12 b za popis, 8 b za program

Paulínka žije v meste, ktoré si vieme predstaviť ako nekonečnú štvorčekovú sieť. Na serveri Firmy Komerčných Softvérov našla tajný prototyp novej revolučnej aplikácie, ktorá dokáže nájsť trasu do ľubovoľného miesta v tomto meste v konštantnom čase. Hneď ju išla vyskúšať a vytlačila si trasu do nového obchodného centra v meste. Ako vychádzala zo svojho domu, vytlačené inštrukcie sa jej v daždi premočili. Z pôvodne vytlačených šípok zostali len vertikálne a horizontálne čiary. Kam najďalej od pôvodného cieľa sa môže Paulínka dostať?

Úloha

Paulínka mala zoznam šípok (<, >, ^ a v), z ktorých sa jej stratila informácia o ich smere. Teraz vie iba, či boli šípky vertikálne alebo horizontálne. Na svojej ceste sa Paulínka vždy musí rozhodnúť, či pôjde dolava/doprava, ak má napísanú horizontálnu čiarku, resp. hore/dole, ak má napísanú vertikálnu čiarku. Paulínka býva v bode (0,0) štvorčekovej siete. Zistite, ako by musela vyzeráť Paulínkina cesta, keby sa čo najviac stratila (teda skončila by čo najďalej od pôvodného cieľa cesty).

Formát vstupu

Na vstupe sa nachádza jeden reťazec dĺžky n – výpis pôvodnej cesty, zložený zo znakov <, >, ^ a v.

Formát výstupu

Na výstup napíšete jeden riadok dĺžky n – výpis cesty, zložený zo znakov <, >, ^ a v, ktorú by Paulínka musela prejsť, aby skončila čo najďalej od pôvodného cieľa (Euklidovská vzdialenosť).

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov, v ktorých platia tieto obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	100	1 000	10 000	1 000 000

Príklad

vstup	výstup
<input type="text" value=">>^"/>	<input type="text" value="<<v"/>
vstup	výstup
<input type="text" value="v<<vvv<vv<<<"/>	<input type="text" value="^^>>^^>^^>>"/>

2. Absurdne drahá pizza

12 b za popis, 8 b za program

Miestnosť T2, niekedy začiatkom novembra:

“Už ste to počuli? Zdraželi pizzu v matickej jedálni! Čo budeme teraz robiť? Sme chodobní študenti, tolko si nemôžeme dovoliť zaplatiť za pizzu.”, rozliehalo sa v T2.

“Nebojte, mám plán”, povedal Krtko, “Aďo doniesie tú pizza piecku čo slúbil, a budeme si piecť pizzu tu.”

“To by som nerobil, viete ako veľmi zdraželo droždie?”, ozval sa Kubo, ktorý sa z ničoho nič objavil v T2 tiež.

“Tak budeme robiť kváskové cesto. To len zoženieme zopár kváskov, a oni potom budú rásť samé...”

...

Tak sa aj stalo. Nakúpili sa kvásky do T2, s tým, že sa z nich bude piecť pizza. Bohužiaľ, prišiel lockdown, a vedúci prestali chodiť do T2. A tak tam kvásky len tak ležali, nikto z nich nebral, a nepozorovane sa delili na viac a viac kvásokov.

Vedeli by ste vypočítať, koľko kvásokov bude v T2, keď sa vrátíme do školy?

Úloha

Do T2 sa nakúpilo presne n kvásokov.

Rast kvásokov funguje nasledovne: Každý kvások má svoj čas – počet dní do rozdelenia kvásku na viac kvásokov. Tento čas je číslo od 0 po 8 (vrátane). Kvások sa rozdelí vtedy, keď je jeho čas rovný 0. Z každého kvásku vznikne presne k ďalších kvásokov s časom 8. Čas pôvodného kvásku sa nastaví späť na 6.

Vašou úlohou je povedať, koľko kvásokov bude v T2 po t dňoch.

Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádzajú 3 medzerou oddelené čísla n – počet kvásokov v T2, k – počet kvásokov na ktoré sa každý kvások rozdelí keď dosiahne čas 0 a t – deň, v ktorý nás zaujíma počet kvásokov.

Na druhom riadku sa nachádza n medzerou oddelených čísel c_i – časy jednotlivých kvásokov v deň 0.

Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno číslo, počet kvásokov po t dňoch. Dajte si pozor, že toto číslo môže byť veľké. Odporúčame použiť 64 bitovú premennú (`long long` v C/C++).

Nezabudnite za číslom vypísať znak konca riadku.

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov. Platia v nich nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	20	40	50	60
$0 \leq k \leq$	1	5	50	150
$1 \leq t \leq$	20	40	150	180

V druhej sade navyše platí, že všetky časy kvásokov sa rovnajú.

Príklad

vstup

```
3 2 3
2 0 6
```

výstup

```
7
```

Kvásky budú vyzerat nasledovne. Po prvom dni vzniknú z druhého kvásky 2 ďalšie, a teda (ak nové kvásky pridávame na koniec) kvásky budú mať časy 1 6 5 8 8. Po druhom dni budú mať kvásky časy 0 5 4 7 7. Po treťom vzniknú ďalšie dva kvásky (tie opäť pridávame na koniec), a teda budú mať časy: 6 4 3 6 6 8 8. Kvásokov po 3 dňoch bude 7.

vstup

```
3 0 2
1 2 3
```

výstup

```
3
```

V tomto prípade z každého kvásku vznikne 0 ďalších, a teda sa počet kvásokov vôbec nemení.

vstup

```
1 1 11
1
```

výstup

```
4
```

V tomto prípade v čase 10 budú časy kvásokov 4 6 6 8

3. Kapustnica Trojstenu

12 b za popis, 8 b za program

Ako sa sa dni krátili a noci predlžovali, Nadka prehľadávala celú T2 v nádeji, že nájde čokoládu, ktorú plánuje doniesť na kapustnicu Trojstenu ako zákusok. “Aha, tak tu si!” zvolala, keď ju konečne našla v Krtkovom zakladači. Nadkina čokoláda však nebola len tak obyčajná. Mala rozmery $1 \times k$ a každá tablička bola buď

mliečna, alebo horká. Dokonca sa Naďka rozhodla, že túto čokoládu nerozdá len tak náhodným spôsobom – každému Trojstenákovi na kapustnici dá jeden súvislý kus čokolády, ktorý je dlhý najmenej l a najviac r a obsahuje práve jednu horkú tabličku. Dokáže Naďka takúto čokoládu rozdeliť medzi Trojstenákov na kapustnici bez toho, aby jej nejaká zvýšila?

Úloha

Na kapustnicu príde n Trojstenákov medzi ktorých chce Naďka rozdeliť svoju čokoládu s rozmermi $1 \times k$. Platia nasledujúce pravidlá:

- každá tablička čokolády je buď mliečna, alebo horká,
- každý Trojstenák dostane práve jeden súvislý kus čokolády, ktorého najmenšia dĺžka môže byť l a najväčšia r ,
- každý Trojstenák dostane práve jednu horkú tabličku.

Vašou úlohou je povedať, či Naďka dokáže čokoládu rozdeliť bez toho, aby jej nejaký kúsok ostal.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu dostanete štyri celé čísla oddelené medzerami:

- počet Trojstenákov na kapustnici n ,
- počet tabličiek čokolády k ,
- najkratší možný kus čokolády l ,
- najdlhší možný kus čokolády r .

Na nasledujúcom riadku dostanete popis čokolády, ktorý obsahuje zasebou idúce 0 a 1, pričom 0 je mliečna tablička a 1 je horká tablička.

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok obsahujúci odpoveď **ano**, ak sa čokoláda dá rozdeliť bez toho, aby nejaká zvýšila alebo **nie**, ak sa to nedá.

Obmedzenia

Sú 4 sady vstupov po 2 body. Platia v nich nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	10	100	1 000	2 000
$1 \leq k \leq$	200	10 000	500 000	1 000 000
$1 \leq l \leq$	10	50	500	500
$l \leq r \leq$	20	100	750	750

Príklad

vstup

```
3 11 2 4
01000010001
```

výstup

```
ano
```

Naďka môže čokoládu rozdeliť napríklad takto: 0100 0010 001

vstup

```
3 11 2 4
01000000101
```

výstup

```
nie
```

Naďka nevie rozdeliť čokoládu tak, aby splnila všetky podmienky a aby jej žiadna tablička nezvýšila.

4. Ťahanie Kalerábu

12 b za popis, 8 b za program

Záhradník Adam mal veľmi úspešný rok. Zeleniny v jeho záhrade mu narástli do neuveriteľných rozmerov. Toto je síce pekné pri tekvičiach, ktoré sa vďaka sezónnemu sviatku predávajú veľmi rýchlo, ale pri istom type zeleniny to je problém. Napríklad taká repa, keď je veľká, ťažko sa zo zeme vyťahuje a Adam si na pomoc musel

zavolať dedka, babku, sestru, mačku a myš. Takto sa im podarilo repu vytiahnuť, no majú ešte jeden väčší problém: masívny kaleráb, v zemi zakorenený tak pevne, že potrebujú ešte viac ľudí ako na repu. Na pomoc si teda zavolali susedov, kamarátov, známych a aj ich domáce zvieratá a za odmenu im slúbili domáce sladkosti.

Susedia tak prišli do Adamovej záhrady v nejakom poradí. Toto poradie musí ostať rovnaké počas celého procesu organizácie a ťahania kalerábu. Samozrejme, pri kalerábe musí byť čo najsilnejší človek. Zlaté pravidlo ťahania kalerábov je, že za každým človekom so silou F , musí byť človek, ktorý má silu presne $F - 1$. Zoberme si príklad, kde človek A, ktorý má silu 5 je pred človekom B. Človek B teda musí mať silu 4. Ak by bol človek B silnejší, človeka A potiahne moc silno a celý rad spadne. Ak by bol slabší, kaleráb sa im vytiahnuť nepodarí. Adam je skúsený záhradník, a vie mať akúkoľvek silu a vie sa postaviť kamkoľvek do radu. Adam má teda rad ľudí, z ktorých musí niektorých vypustiť, aby sa splnilo zlaté pravidlo ťahania kalerábov. Adam sa vie taktiež postaviť hocikde s hocijakou silou. Bude mať však ale dosť starostí s ťahaním a už potrebuje pomôcť s organizáciou. Pomôžete mu postaviť čo najdlhší rad, ktorý tieto pravidlá spĺňa?

Úloha

V záhrade je N ľudí, každý so silou F_i kde i je poradie, v ktorom prišiel daný človek. Vašou úlohou je vypustiť z radu niekoľko ľudí, a vsunúť do radu Adama tak, aby tento rad spĺňal zlaté pravidlo, a zároveň bol čo najdlhší. Stačí zistiť dĺžku najdlhšieho možného radu.

Formát vstupu

Na prvom riadku dostanete dve čísla: $1 \leq N \leq 500\,000$ – počet ľudí v rade a $1 \leq M \leq 50\,000\,000$ – najsilnejšieho človeka v rade. Na druhom riadku dostanete N čísel F_i oddelených medzerami – silu i -tého človeka v rade.

Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno číslo L – najväčšiu možnú dĺžku radu.

Príklad

vstup	výstup
10 12 1 3 5 7 9 2 4 8 12 10	4

Najlepšie riešenie je napríklad zobrať čísla 1, 2 a 4 z radu a postaviť Adama so silou 3 na správne miesto.

vstup	výstup
6 5 1 2 3 4 5 4	6

5. Úžasná lyžovačka

12 b za popis, 8 b za program

Kristína a Aďo sa vybrali na lyžovačku do Tatier. Bohužiaľ, kvôli pandemickým opatreniam sú všetky vleký a lanovky vypnuté. Sú ale odhodlaní lyžovať sa aj za cenu toho, že si budú musieť kopec zakaždým vyšliapať po svojich. Aby sa ale nestratili, budú kráčať po iba po svahoch medzi stanicami lanoviek.

Po prvom výstupe ale zistili, že šliapať do kopca v lyžiarkach je nesmierne náročné, a že čím strmší kopec je, tým viac sú potom vyčerpaní. Aby si ušetrili čo najviac energie na zjazdy, rozhodli sa, že hore radšej pôjdu po čo najmenej strmých kopcoch aj za cenu toho, že ich cesta bude dlhšia.

Samozrejme, ak sa niekde počas ich cesty na vrch objaví úsek na ktorom pôjdu dole kopcom, neváhajú a spustia sa na lyžiach. Je tu ale jeden drobný problém – Aďo je začiatočník a preto nerád jazdí po strmých kopcoch. Chcel by teda, aby aj dole išli po čo najmenej strmých kopcoch.

Zapozerali sa teda do mapy strediska a začali hľadať čo najmenej strmú cestu na kopec, ktorý si vybrali. Stredisko je ale príliš veľké, a tak to po chvíľke vzdali. Keby si tak zobrali so sebou počítač, určite by niečo vymysleli. Ten ale nemajú a preto potrebujú vašu pomoc.

Úloha

Stredisko pozostáva z v staníc lanoviek, pričom poznáme nadmorské výšky každej z nich. Na jednej z nich, označenej číslom s , stoja Kristína a Aďo, ktorí sa chcú dostať na kopec so stanicou s číslom f .

V stredisku je e svahov, z ktorých každý spája dve stanice lanoviek, pričom poznáme vzdušnú vzdialenosť staníc ktoré spája. Uvažujeme, že svah je na celom svojom úseku rovnako strmý a jeho strmosť je určená podielom rozdielu prevýšení staníc a jeho vzdušnou vzdialenosťou.

Vašou úlohou je nájsť takú cestu z s do f , aby maximálna strmosť svahov na tejto ceste bola čo **najmenšia**.

Formát vstupu

Na prvom riadku dostanete štyri čísla v, e, s, f , kde v je počet staníc lanoviek, e je počet svahov v stredisku, $0 \leq s < v$ je číslo stanice lanovky na ktorej Kristína a Aďo začínajú a $0 \leq f < v$ je číslo stanice, na ktorú sa chcú dostať. (Stanice lanoviek sú číslované od 0.)

Nasleduje v riadkov, kde každý riadok obsahuje celé číslo h_i – nadmorskú výšku i -tej stanice lanovky.

Ďalších e riadkov obsahuje tri celé čísla a_j, b_j, d_j , kde a_j a b_j sú čísla staníc prepojených j -tým svahom a d_j je vzdušná vzdialenosť staníc a_j a b_j .

Formát výstupu

Vypíšete jediné číslo – strmosť najstrmšieho svahu na ceste z s do f , s presnosťou na práve dve desatinné miesta.

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov. Platia v nich nasledujúce obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq v \leq$	20	100	2 500	9 000
$1 \leq e \leq$	50	500	5 000	20 000

Príklad

vstup

```
4 6 0 3
10
40
50
220
0 1 100
0 2 100
1 2 50
1 3 150
2 3 250
0 3 100
```

výstup

```
0.68
```

Vhodné cesty sú $[0, 1, 2, 3]$ a $[0, 2, 3]$. Obe cesty sú ale rovnako dobré, keďže majú rovnakú najstrmšiu časť – svah medzi stanicami 2 a 3.

6. Strieborné bubáky

12 b za popis, 8 b za program

Bubu sa rozhodol, že si zaobstará nejaké tie strieborné bubáky. Lenže bubáky nerastú len tak na strome. Pre bežných smrteľníkov je dosť náročná úloha niekde také bubáky zohnať. Bubu však nie je žiadny amatér a vie, ako na to.

Existuje totiž stará baňa, v ktorej trpaslíci zakopali svoje poklady. A Bubuho plán je ich vykopať. Miesto už pozná, potrebuje si už len zaobstarať správne vybavenie, konkrétne dobrý krompáč. Čím lepší krompáč, tým viac ním Bubu vyťaží. Lenže lepšie krompáče zvyčajne aj viac stoja.

Bolo by treba vymyslieť optimálnu stratégiu nakupovania krompáčov. Bubu by si to v skutočnosti vedel spočítať aj sám, ale zrovna sa mu nechce. A tak prichádzate do hry vy.

Úloha

Na začiatku (v deň 0) má Bubu naštrených B strieborných bubákov.

Na trhu sa dá zohnať N krompáčov. Krompáč i ($1 \leq i \leq N$) bude dostupný iba v deň i , stojí c_i bubákov a Bubu ním vykope b_i bubákov za deň. Bubu si môže kúpiť nový krompáč iba v prípade, že má dosť peňazí, t.j. ak má aspoň c_i bubákov. Keď tak spraví, starý krompáč okamžite zahodí a potom používa nový krompáč, až kým ho znovu nevymení za ďalší.

Kolko najviac bubákov vie mať Bubu v deň $N + 1$, ak zvolí správne dni, kedy nakúpiť krompáče?

Formát vstupu

V prvom riadku je N a B - počet krompáčov a začiatkový počet bubákov. Nasleduje N riadkov, v i -tom z nich sú dve čísla c_i, b_i - cena i -teho krompáča a počet bubákov, ktoré ním Bubu vykope za deň.

Formát výstupu

Vypíšte jedno číslo - najväčší počet bubákov, ktorý vie mať Bubu v deň $N + 1$.

Hodnotenie

V prvej sade platí $1 \leq N \leq 1\,000$, $1 \leq c_i, b_i \leq 1\,000$.
V druhej sade platí $1 \leq N \leq 200\,000$, $1 \leq c_i, b_i \leq 10^9$.

Príklady

vstup

```
5 10
1 1
11 100
11 10
1 5
20 15
```

výstup

```
30
```

V prvom dni si Bubu kúpi krompáč. V druhom dni si nemôže dovoliť krompáč za 11, ale v treťom dni už áno a kúpi si ho. Tým za ďalšie tri dni vyťaží 30 bubákov. Ak by si kúpil krompáč aj v posledný deň, vedel by ním síce ťažiť viac, ale stojí 20 bubákov, a tak by skončil v deň $N + 1$ len s 15 bubákmi.

7. Osvetlenie

12 b za popis, 8 b za program

Korporácia Svetelných Prístrojov konečne predstavila svoj nový produkt. Je ním systém osvetlenia, ktorý sa skladá zo žiaroviek usporiadaných do mriežky $n \times m$ a ku každej žiarovke prislúcha jedno tlačidlo, ktoré ju má prepínať.

Keď už bola výroba v plnom prúde, zistili, že niekomu z Federácie Kazisvetov a Sabotérov sa podarilo prepísať ich schémy, a teda všetky vyrobené kusy obsahujú chybu. Konkrétne, keď prepnete niektorú žiarovku, prepnú sa aj všetky susedné žiarovky (za susedné považujeme 4 žiarovky, ktoré sú od nej hore, dole, napravo a naľavo). Čo spraviť so všetkými týmito vadnými kusmi? Začali ich predávať ako špeciálnu edíciu.

Po krátkom čase bol ich technical support zahltený požiadavkami typu: "Dá sa nejak zapnúť táto a hentá a tamtá a ešte tieto tu žiarovky?". Samozrejme, nikto nemá čas tieto požiadavky riešiť, a preto potrebujú vašu pomoc.

Úloha

Na vstupe dostanete požadovaný stav, ktoré žiarovky majú byť zapnuté a ktoré vypnuté. Na začiatku sú všetky žiarovky vypnuté a vašou úlohou je zistiť, ktoré tlačidlá treba stlačiť, aby sa žiarovky dostali do požadovaného stavu.

Formát vstupu

Na prvom riadku dostanete dve celé čísla ($1 \leq n, m \leq 30$). Nasleduje n riadkov, ktoré popisujú mriežku žiaroviek. Každý z nich sa skladá z m čísel, ktoré môžu byť 0 alebo 1. 0 znamená, že daná žiarovka má byť vypnutá a 1 znamená, že daná žiarovka má byť zapnutá.

Formát výstupu

Ak riešenie neexistuje, vypíšte -1 .

Ak existuje, vypíšte n riadkov po m čísel. Vypíšte 0, ak tlačidlo, ktoré patrí žiarovke na danom mieste, nemá byť stlačené a 1, ak má byť stlačené.

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov. Platia v nich nasledovné obmedzenia: 1. $n, m \leq 10$ 2. $n, m \leq 20$ 3. $n, m \leq 30$, existuje vždy práve jedno riešenie 4. $n, m \leq 30$

Príklady

vstup

```
3 3
1 1 1
1 1 1
1 1 1
```

výstup

```
1 0 1
0 1 0
1 0 1
```

vstup

```
3 2
0 1
0 0
1 1
```

výstup

```
-1
```

8. Masaker v Kratarii

12 b za popis, 8 b za program

Kedysi dávno, v časoch, keď vo svete ešte vládla mágia a po vonku si voľne behali zázračné bytosti, v jednej dalekej krajine s názvom Krataria, žilo N čarodejov. A ako iste viete, každý poriadny čarodej potrebuje svoju vlastnú vežu, v ktorej bude vykonávať svoje experimenty, vymýšľať nové kúzla, variť lektvary a inak čarovať... Taktiež je celkom logické, že keď budú mať dvaja čarodejovia vežu s rovnakou výškou, nebudú sa mať radi a nedopadne to dobre. Preto sa rozhodli, že spolu budú priateľsky súperiť o to, kto bude mať akú výšku veže. Po dlhoročnom súperení boli nakoniec zoradení a každý z nich vedel, ktorá z veží vysokých od 1 po N mu patrí. Keď si už obyvatelia konečne mysleli, že budú mať pokoj, čarodejovia začali s výstavbou svojich veží a rozruch pokračoval. Každý čarodej si vybral nejaké miesto na hranici Kratarie, kde si svoju vežu postavil. Tieto veže boli však také obrovské a drahé na výstavbu, že sa Krataria ocitla v kríze a ich výstavba trvala dlhé roky. Už to vyzeralo tak, že sa výstavba bude musieť zrušiť, avšak stálo to za to. Krataria sa od momentu dokončenia výstavby stala najmocnejšou krajinou na celom svete. Nikto sa nikdy neodvážil na ňu zaútočiť. Tak to aspoň hovorí legenda o Kratarii.

Existuje ešte jedna legenda, z ktorej sa síce zachovali iba útržky, ale spomína sa v nej N veží:

V legende sa spomína pustatina, v ktorej žijú draky a celá táto pustatina je obklopená N vežami. Drakom sa tieto veže nepáčia a preto možno niekoľkokrát zničili niektoré najvyššie poschodia niektorých veží. Tiež sa spomína presný popis toho, ako draky ničia poschodia, ale nie to, či sa to aj naozaj stalo alebo kolkokrát sa to stalo. Draky ničia poschodia tak, že každú vežu znížia na minimum jej výšky a výšky predošlej veže.

Dnes sa nám podarilo odkryť pozostatky poslednej veže. Som presvedčený, že tieto pozostatky patria vežiam z legiend. Teraz už len zostáva zistiť, ako vyzerali veže pôvodne, teda koľko možností spĺňa to, čo sa píše v legendách.

denník archeologickej jednotky 0471

Úloha

Na vstupe dostanete postupnosť N čísel ($1 \leq P_i \leq N$).

Nájdite počet permutácií čísel 1 až N , z ktorých je možné dosiahnuť postupnosť P opakovaním (možno aj 0-krát) nasledovnej operácie:

Pre každé $1 \leq i \leq N$, $b_i = \min(a_{i-1}, a_i)$, pričom $n = 0$, kde a je postupnosť pred operáciou a b postupnosť po operácii.

Na štandardný výstup vypíšte hľadaný počet modulo 100000007.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo N ($1 \leq N \leq 1000000$). Na druhom riadku je výsledná postupnosť čísel P , zapísaná ako N medzerami oddelených čísel. ($1 \leq P_i \leq N$)

Formát výstupu

Vypíšte jedno číslo - počet permutácií, z ktorých vieme dostať postupnosť P opakovaním vyššie uvedenej operácie. Keďže tento počet môže byť veľmi veľký, vypisujte ho modulo $10^9 + 7$.

Príklady

vstup

4
2 1 1 2

výstup

2

Postupnosti (3, 1, 4, 2) a (4, 1, 3, 2) splňajú podmienky.

vstup

6
6 3 1 1 2 2

výstup

0

Neexistuje žiadna permutácia, ktorá splňa podmienky.

vstup

7
4 3 3 1 1 1 2

výstup

18