



# Korešpondenčný seminár z programovania

Leták letnej časti XXXVIII. ročníka

**Korešpondenčný seminár z programovania (KSP)** je súťaž programátorov – stredoškolákov a mladších – pripravovaná skupinou študentov Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Naším cieľom je zdokonaľiť žiakov v programovaní a v algoritmickom myslení.

Riešením súťažných úloh a štúdiom vzorových riešení sa zlepšíš v programovaní a naučíš sa algoritmicky rozmýšľať. Získané poznatky a skúsenosti využiješ v iných súťažiach v programovaní (napríklad pri riešení [Olympiády v informatike](#)), v bežnom živote, počas vysokoškolského štúdia, dokonca aj na prijímacích pohovoroch do zamestnania. Naši riešitelia sa každoročne zúčastňujú a úspešne umiestňujú na medzinárodných olympiádach v informatike (v Austrálii, Taliansku, Kazachstane, Taiwane, ...). Mnoho našich bývalých riešiteľov sa tiež bez ťažkostí zamestnalo v špičkových IT spoločnostiach ako Google, Facebook, ESET, ...

Ak študuješ na strednej škole a zaujíma ťa programovanie, neváhaj a zapoj sa do KSP:

## Ako sa zapojiť do KSP?

- **Prečítaj** si zadania. Nájdeš ich v tomto letáku a na našej stránke <https://www.ksp.sk/ulohy>. Každý rok máme zimnú a letnú časť, obe majú dve kolá s ôsmimi úlohami.
- Teš sa, aké sú tento rok pekné úlohy.
- **Vyrieš** úlohy. Nemusíš vyriešiť všetky, nemusíš ich vyriešiť najlepšie ako sa dá. Aj za čiastočné riešenia sa dostávajú body, za každú úlohu za dá získať 0 až 20 bodov.
- Na riešenie úloh jedného kola máš približne dva mesiace a môžeš ich riešiť doma bez toho, aby si niekam cestoval. Termín odovzdania úloh je napísaný aj na našej stránke, aj v PDF zadaniach. Úlohy sa nedajú odovzdávať po termíne, takže si to, prosím, nenechaj na poslednú chvíľu.
- Úlohy rieš samostatne a neprezrádzaš riešenia ostatným riešiteľom. Odpisovanie riešení a prezradenie riešení pred termínom kola je porušením pravidiel KSP. Po skončení kola sa, samozrejme, o riešeníach rozprávať môžeš. :)
- **Odobdziej** riešenia úloh. Odkaz na odovzdávanie úloh nájdeš pod webovým zadaním každej úlohy alebo na stránke <https://www.ksp.sk/odovzdavanie>. Na odovzdávanie sa treba prihlásiť, aby sme vedeli, komu máme dať body.
  - Vo väčšine úloh odovzdávaš program a popis.
  - Program je hneď po odovzdaní otestovaný testovačom a hneď vidíš, koľko bodov za program máš. Program môžeš odovzdávať znova a znova, až kým nie si spokojný s výsledkom. Ak nevieš, ako majú vyzeráť odovzdané programy, pozri si <https://www.ksp.sk/odovzdavanie-programov>
  - Do popisu slovne napíšeš, ako tvoje riešenie funguje, prečo funguje a tiež odhad časovej a pamätovej zložitosti programu. Viac sa dozvieš na stránke <https://www.ksp.sk/ako-riesit>. Popis opraví a obodujú vedúci KSP po skončení kola.
- Po skončení kola si **prečítaj vzorové riešenia** úloh (veľa sa z toho naučíš), pozri svoje opravené popisy (či ti tam vedúci nenapísali nejaké poučné komentáre), pozri sa do výsledkovky a **teš sa**, koľko máš bodov. Vo výsledkoch sa hodnotí samostatne letná a zimná časť. V každej časti je dôležitý celkový súčet bodov.
- Prečo sa máš tešiť z bodov? Čítaj ďalej.

## Čo môžem vyhrať?

- Okrem neoceniteľných vedomostí, skúseností a zručností, ktoré získaš pri riešení semináru, môžeš vyhrať množstvo skvelých vecí.
- Všetci víťazi od nás dostanú **vecné ceny**.
- Pre 36 najlepších riešiteľov organizujeme každoročne dve týždenné **sústredenia**. Sústreďenie je niečo ako tábor, na ktorom spoznáš nových priateľov s podobnými záujmami, naučíš sa čosi viac nielen o programovaní a zažiješ kopec zábavy. Sústreďenia sú fakt skvelé akcie, najmä, keď ich organizuje Trojsten.

- Aby ste sa mohli pochváliť ostatným, akí ste šikovní, víťazom všetkých levelov udelíme a pošleme **diplomy**.
- Aj keď sa nedostaneš medzi víťazov, stále môžeš byť úspešným riešiteľom. Úspešný riešiteľ je ten, kto získal aspoň polovicu bodov počas celej časti (letnej, či zimnej).

### Pravidlá a levely

Počnúc tridsiatym piatym ročníkom rušíme staré kategórie a prechádzame na nový systém *levelov*.

Každý riešiteľ má level, číslo od 1 po 4. Noví riešitelia začínajú na leveli 1 a pokiaľ sa im v riešení darí, level im postupne rastie. Svoj level si môže každý riešiteľ pozrieť na našej stránke. Riešiteľom s levelom  $L$  sa započítavajú body len za úlohy s číslami  $L$  až 8.

Vo výsledkových listinách (<https://www.ksp.sk/vysledky>) sa každému riešiteľovi počíta **5 najlepšie vyriešených úloh**. Celkovo sa dá za časť (dve kolá) získať 200 bodov. Riešitelia, ktorí sa v nejakej výsledkovke umiestnili na jednom z prvých dvoch miest a majú aspoň 150 bodov sú **víťazi**. Najlepších 36 riešiteľov pozývame na sústreďenie.

Podrobnejšie pravidlá si môžete prečítať na <https://www.ksp.sk/pravidla>.

### Registrácia

Pred odovzdaním riešenia je potrebné sa zaregistrovať na našej webstránke a vyplniť požadované kontaktné údaje. Odporúčame sa zaregistrovať aspoň pár dní pred odovzdávaním riešenia (pre prípad, že by ste mali počas registrácie nejaké problémy).

Účastou v KSP nám dávate súhlas spracovať a archivovať údaje, ktoré nám poskytnete pri registrácii, ako aj zverejniť vaše meno, školu, ročník a získané body vo výsledkovej listine.



## Úlohy 1. kola letnej časti

Termín odoslania riešení tohto kola je pondelok **TODO**. Doprogramovanie končí v pondelok **TODO**.

### 1. Analýza Egypta

12 b za popis, 8 b za program

Písal sa koniec roka 2019, keď si Korporácia Snímkovacích Podvodníkov vysúťažila tender na letecké snímkovanie Egypta a následné počítačové spracovanie snímok. “Však čo, letecké snímkovanie zvládneme lavou zadnou, a na počítačové spracovanie snímok nám sem dva krát do roka chodí približne 36 stážistov. Nieкто z nich to určite naprogramuje”, hovoril si Krtko, hlavný Snímkovací Podvodník. Avšak, stalo sa to, čo nikto nečakal. Prišla pandémia, a žiadne stáže sa nekonali. Korporácia na tento tender už takmer zabudla, až včera prišiel mail o tom, že deadline na dodanie snímok a dát sa blíži. “Čo teraz? Snímky máme, ale treba ich vyhodnotiť. Peniaze čo sme za tender dostali už nemáme, minuli sme ich na kofolu v akcii <sup>1</sup>”, uvažoval Krtko. “Musíme si nájsť niekoho, kto to urobí zadarmo.”, rozhodol sa Krtko a začal čítať malé písmenká na zmluvách pracovníkov KSP, a hľadať takých, ktorí to podľa zmluvy musia urobiť zadarmo.

A tak si Krtko niekoho našiel. Vás. Napíšte program, ktorý z každého snímku zistí aká vysoká pyramída je na ňom. Ale poponáhľajte sa, lebo podľa malých písmenok na zmluve Vám Krtko môže dať preplatiť pokutu z omeškania.

#### Úloha

Na vstupe dostanete leteckú snímku pyramídy zjednodušenú do textu. Vypíšete koľko poschodí má pyramída, ktorá sa na fotke nachádza. Každá pyramída sa skladá z niekoľkých obdĺžnikových poschodí. Každé poschodie okrem spodného stojí celé na nejakom poschodí, žiadna jeho časť “nepretŕča”. Každé poschodie je zo všetkých 4 strán aspoň o 1 menšie ako poschodie pod ním

#### Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo  $n$ , počet riadkov, ktorý má text reprezentujúci fotku. Nasleduje  $n$ ,  $1 \leq n \leq 50$  rovnako dlhých riadkov.

Každý riadok má najviac 50 znakov a skladá sa len zo znakov `.`, ktoré označujú piesok, znakov `|`, ktoré reprezentujú ľavú alebo pravú stranu pyramídy na fotke, a znakov `-`, ktoré označujú vrchnú alebo spodnú stranu pyramídy. Každé poschodie má tvar obdĺžnika. V rohoch pyramídy sa nachádza znak `.`, teda piesok.

#### Formát výstupu

Vypíšete jediné číslo, počet poschodí, ktoré má pyramída na fotke. Nazabudnite za ním vypísať znak konca riadku. Je zaručené, že sa na každej fotke nachádza pyramída s aspoň jedným poschodím.

#### Príklad

vstup

```
6
.....
..--..
.|..|.
.|..|.
..--..
.....
```

výstup

```
1
```

*Táto pyramída má len jedno poschodie.*

<sup>1</sup>Viete koľko litrov kofoly sa zmestí do bežného nákupného košíka? Približne 120. Ak chcete vedieť ako sme na na to prišli, spýtajte sa Sabinky, Krtka alebo Marcela :)

vstup

```

12
.....
.....
..-----..
.|.....|.
.|-----|.
.|.|.---|.|.
.|.|.|.|.|.|.
.|.|.|.|.|.|.
.|.|.|.|.|.|.
.|.|.---|.|.
.|.-----|.
..-----..
.....

```

Táto pyramída má 3 poschodia.

výstup

```
3
```

## 2. Billa nákup

12 b za popis, 8 b za program

Jožko je na nákupe v Bille. Treba dokúpiť Horalky, mlieko, zopár nanukov na zlepšenie nálady, a plno ďalších vecí.

Cifra 3 je Jožkova obľúbená. Vždy ho poteší keď ju niekde uvidí. Ach tie ladné krivky. Jožko by bol rád ak sa na bločku ktorý mu vydajú bude nachádzať čo najviac krát.

### Úloha

Billa predáva  $n$  typov produktov. Produktu typu  $i$  má už Jožko v košíku  $a_i$  kusov, pričom jeden kus stojí  $c_i$  eur.

Do košíka sa mu zmestí už len  $k$  ďalších predmetov. Z ktorých typov produktov si má prikúpiť, aby mal po zaplatení na bločku čo najviac trojok? Môže prihodiť aj menej ako  $k$  predmetov.

### Formát vstupu

Na prvom riadku sú dve čísla,  $n$  a  $k$ , počet typov produktov, a na koľko kusov má Jožko ešte miesto v košíku. Platí  $1 \leq n, k \leq 10$ .

Na druhom riadku sú medzerou oddelené celé čísla  $c_1$  až  $c_n$ , ceny jednotlivých typov produktov. Platí  $1 \leq c_i \leq 10^{15}$ . Tieto čísla sa vám nebudú zmestit do 32 bitových číselných premenných (v C++ použite `long long`).

Na treťom riadku sú medzerou oddelené celé čísla  $a_1$  až  $a_n$ . Jožko má  $a_i$  kusov produktu  $i$  v košíku. Platí  $0 \leq a_i \leq 10$ .

### Formát výstupu

Vypíšte jedno číslo, najväčší počet výskytov cifry 3 aký vie Jožko na svojom bločku dosiahnuť.

### Príklady

vstup

```

3 3
20 15 7
10 3 3

```

výstup

```
2
```

Je možné dosiahnuť dve trojky dokonca dvoma spôsobmi:  $20 \cdot 10 + 15 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 303$  a  $20 \cdot 12 + 15 \cdot 3 + 7 \cdot 4 = 313$

vstup

```

4 5
115 61 80 104
8 10 9 7

```

výstup

```
4
```

$115 \cdot 9 + 61 \cdot 10 + 80 \cdot 12 + 104 \cdot 7 = 3333$

## 3. Slimačie spojenie

12 b za popis, 8 b za program

Krtko a Hodobox - posledné piliere KSP - pracujú na novom ksp. Každý má list svojich úloh, ktoré

má pripraviť, aby mohla ďalšia séria prebehnúť. Avšak, internet je beznádejne zatažený Netflixami, online vyučovaním, Zoom callmi s mačiatkami... čo značne sťažuje komunikáciu. Čo sťažuje – internet im beznádejne padol, a nevyzerá, že by chcel znovu nabehnúť. Nuž - čo už, séria aj tak musí byť, offline či online.

Na poslednom stretku pred padnutím internetu si Krtko a Hodobox rozdelili úlohy. Avšak, po pokuse začať pracovať zistili, že rozdelenie úloh je nerovnomerné. Za veľmi obmedzenej komunikácie<sup>2</sup> si dokázali sprostredkovať, že by si mali nejakú úlohu vymeniť.

Problém je, že internet nefunguje, tak si musia poslať úlohu poštou. Listy sú ale drahé, takže si môžu vymeniť presne dve úlohy<sup>3</sup> (Hodobox pošle jednu svoju úlohu Krtkovi a neopak).

Pre každú úlohu vedia koľko práce na ňu bude treba. Ktoré dve úlohy by si mali vymeniť?

## Úloha

Každý z nich má spraviť  $N$  úloh ( $N \leq 10^5$ ). Hodoboxova  $m$ -ta úloha zaberie  $h_m$  minút času. Krtkova  $m$ -ta úloha zaberie zase  $k_m$  minút času.

Ktorú úlohu by si mali vymeniť, aby strávili čo najvyrovnanější čas prácou na úlohách?

## Formát vstupu

Na prvom riadku je číslo  $N$ .

Na ďalšom riadku je  $N$  čísel  $h_1, \dots, h_N$ .

Na poslednom riadku je  $N$  čísel  $k_1, \dots, k_N$ .

Všetky časy sú od 1 do  $10^9$  vrátane.

## Formát výstupu

Ak by nemali vymeniť žiadnu úlohu, vypíšte  $-1$ .

Inak vypíšte dva čísla  $1 \leq i, j \leq N$  - naznačujúce, že Krtko má pripraviť Hodoboxovu úlohu číslo  $i$ , a Hodobox Krtkovu úlohu číslo  $j$ .

Ak existuje viac optimálnych riešení, vypíšte také, že  $i$  je najmenšie možné. Ak je viac riešení s rovnakým  $i$  vypíšte také, že  $j$  je najmenšie možné. V prípade že jedno z optimálnych riešení zahŕňa nemenenie úlohy, vypíšte to.

## Obmedzenia

Úloha má osem sád.

V prvých štyroch platí, že  $N \leq 1000$ .

Vo zvyšných  $N \leq 10^5$

Navyše, v sade 1, 2, 5 a 6 sú časy Krtkových a Hodoboxových úloh usporiadané od najmenej časovo náročnej, po najviac.

## Príklad

vstup

```
5
1 4 2 5 3
7 10 5 8 9
```

výstup

```
1 2
```

*Pôvodné rozdelenie úloh dáva oveľa viac (o 24 minút) práce Krtkovi ako Hodoboxovi. Najlepšie je, aby si Hodobox zobral Krtkovu najťažšiu úlohu, a Krtko Hodoboxovu najľahšiu. Následne bude Krtko mať len o 6 minút viac práce než Hodobox*

vstup

```
6
2 4 10 17 99 123
1 7 17 17 101 112
```

výstup

```
-1
```

*Pôvodné rozdelenie úloh je už vyrovnané. Netreba meniť.*

vstup

```
4
2 7 2 7
3 4 4 3
```

výstup

```
2 2
```

<sup>2</sup>poštové holuby

<sup>3</sup>ani jeden z nich si nepamätá zadania úloh toho druhého

Najlepšie je vymeniť Hodoboxovu úlohu zaberajúcu 7 minút času za Krtkovu úlohu zaberajúcu 4 minúty času. Existuje tu viacero riešení, ale to s najmenšími indexami je vymeniť si úlohy na druhej pozícii.

#### 4. Eeh?! Traktor na diaľnici?!

12 b za popis, 8 b za program

Cestár Jožo čoskoro ukončí svoju kariéru profesionálneho držiča lopaty, a tak sa rozhodol, že vo svoj posledný deň spraví niečo také veľké, že to až samotný Pán Minister očuje. Zobral teda svoj traktor, pripojil naň orač a hybal poorať diaľnicu – však jak inako by spravil veľký kus roboty? Avšak, keď už bol na nájazde, tak sa zbadal, že diaľnicu treba poorať strategicky. Veď nový orač je drahý a nemôže zničiť ten jediný čo má pred tým, ako dokončí svoje veľdielo. Rozhodol sa teda, že si vyberie iba  $K$  úsekov, ktorým sa poveruje – t.j. tých  $K$  úsekov poriadne poorie a zvyšok popoludia strávi vo svojom obľúbenom šenku. Však i tak sa o ňom určite na titulkách bude písať.

##### Úloha

Na vstupe dostanete počet úsekov diaľnice. Každý úsek má kvalitu, ktorá je reprezentovaná nejakým prirodzeným číslom. Skupina po sebe idúcich úsekov  $u_1, u_2, \dots, u_N$  má **skupinovú kvalitu** rovnú súčtu súčinov všetkých dvojíc v danej skupine. Napríklad, ak by sme mali len jeden úsek, tak ten má **skupinovú kvalitu** rovnú 0, keďže nemá s žiadnym úsekom do dvojice. Skupina dvoch úsekov má zas **skupinovú kvalitu** rovnú  $u_1u_2$  a trojica úsekov má **skupinovú kvalitu** rovnú  $u_1u_2 + u_1u_3 + u_2u_3$ .

Ako už bolo spomínané, tak Jožo sa môže venovať len niektorým úsekom. Vždy, keď sa poveruje nejakému úseku s indexom  $i$ , tak rozdelí skupinu úsekov  $u_1, \dots, u_N$  na dve menšie skupiny  $u_1, \dots, u_i$  a  $u_{i+1}, \dots, u_N$ , pričom týmto skupinám sa potom ráta **skupinovú kvalitu** samostatne. **Celková kvalita** je teda súčet **skupinových kvalít** všetkých skupín.

Pomôžte Jožovi zistiť, akú najnižšiu **celkovú kvalitu** môže dosiahnuť, nech vyrobí naozaj veľký kus práce.

##### Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je jedno číslo  $N$ ,  $1 \leq N \leq 500$  – počet úsekov. Na druhom riadku je  $K$ ,  $1 \leq K \leq N$  – počet úsekov, ktorým sa môže Jožo poverovať. Na treťom riadku je  $N$  medzerou oddelených prirodzených čísel v rozsahu od 1 po 100.

##### Formát výstupu

Vypíšte jedno celé číslo – najmenšiu **celkovú kvalitu**, ktorú vie Jožo dosiahnuť.

##### Príklady

vstup	výstup
<pre>5 1 6 8 2 7 2</pre>	<pre>80</pre>

Najvýhodnejšie je poverovať sa úseku s kvalitou 8, potom dostaneme skupiny (6, 8), (2, 7, 2) ktoré majú súčet **skupinových kvalít** rovný  $(6 \cdot 8) + (2 \cdot 7 + 2 \cdot 2 + 7 \cdot 2) = 48 + 32 = 80$

vstup	výstup
<pre>5 2 6 8 2 7 2</pre>	<pre>30</pre>

Jožo vyrobí skupiny (6), (8, 2), (7, 2)

#### 5. Neprísť do školy

12 b za popis, 8 b za program

V Krajine Školských Povinností (KŠP) sa zaviedol nový sviatok, takzvaný “opposite day” – opačný deň – v ktorý by sa všetko malo robiť naopak.

Študenti Felmi Kvalitnej Školy (FKŠ) sa zhodli, že to teda nesmú prísť do školy. Lahké splniť, všakže?

Na FKŠ však existuje populárny poobedňajší krúžok – Kamaráti Musia Športovať (KMS) – ktorí zhrozene pozerajú do rozvrhu na vymeškané športové popoludnie.

Rozhodli sa tak, že všetci členovia krúžku niekam pedsalen prísť musia, za účelom udržania kondičky.

Otázka je, kam?

## Úloha

Mesto v ktorom sídli FKŠ si vieme reprezentovať budovami, v ktorých bývajú študenti, a cestami ktoré ich prepájajú. Mesto bolo navrhnuté tak, že sa z každej budovy dá cestami dostať do každej inej práve jedným spôsobom.

V každej bytovke býva nezáporné množstvo členov KMSŠ, a každá cesta má nejakú kladnú dĺžku v metroch. Daný je takýto popis mesta, a je určené ktorá z budov je FKŠ.

Športový výkon si zdefinujeme ako súčet dĺžok trás, ktorú prejdú členovia KMSŠ aby prišli k zvolenej budove. Zvyčajne by sa snažilo KMSŠ o najväčší športový výkon, keďže je však opposite day, budú sa snažiť o výkon čo najmenší...

Ktorú budovu si majú zvoliť ako stretávacie miesto, aby toto dosiahli?

## Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla  $n$  a  $f$ : počet budov v meste a číslo budovy FKŠ.

V druhom riadku je  $n$  čísel  $k_i$ : počet členov KMSŠ, ktorí bývajú v budove  $i^4$ .

V každom z nasledujúcich  $n - 1$  riadkov sú čísla  $a_i$   $b_i$   $d_i$ , znázorňujúce cestu medzi budovami  $a_i$  a  $b_i$  dlhú  $d_i$  metrov. Budovy sú očíslované od 1 po  $n$ .

Je zaručené, že sa z každej budovy dá dostať ku každej inej budove.

## Formát výstupu

Vypíšte číslo budovy, rôzne od  $f$ , ku ktorej je súčet dĺžok trás všetkých členov KMSŠ najmenší. Ak je takýchto budov viac, vypíšte tú s najmenším číslom.

## Obmedzenia

Platí  $2 \leq n \leq 100,000$  a  $1 \leq f \leq n$ .

$0 \leq k_i \leq 10^4$ .

$1 \leq a_i \neq b_i \leq n$  a  $1 \leq d_i \leq 10^4$ .

Sú štyri sady vstupov.

V prvej navyše platí  $n \leq 1000$ .

V druhej zasa platí že  $a_i, b_i = i, i + 1$  – teda celé mesto leží na čiare.

## Príklady

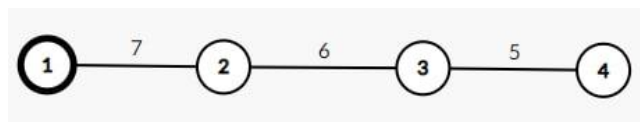
vstup

```
4 1
1 2 3 4
1 2 7
2 3 6
3 4 5
```

výstup

```
3
```

Tento vstup je príkladom z druhej sady. Športové výkony ktoré by KMSŠ podalo pre danú vybranú budovu sú postupne 125, 69, 45, 55. Pre budovu 3 je športový výkon najmenší, tak si vyberú ju. Jej športový výkon je 45, pretože KMSŠák z budovy 1 prejde trasu 13, z budovy 2 prejdú dvaja študenti trasu 6, KMSŠáci v tretej budove zídu na prízemie výťahom, a zo štvrtej budovy prídu štyria KMSŠáci cestou dĺžky 5. Dokopy teda KMSŠ podalo výkon  $1 * 13 + 2 * 6 + 3 * 0 + 4 * 5 = 45$ .



vstup

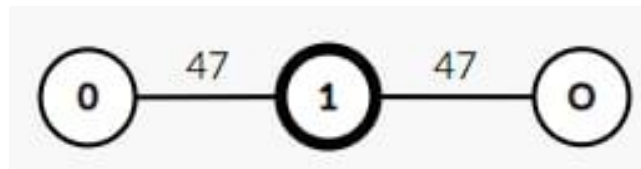
```
3 2
0 1 0
1 2 47
3 2 47
```

výstup

```
1
```

Vedúci KMSŠ by radšej zostal vo FKŠ, je však opačný deň, tak ku FKŠ prísť nemôže. Pre obe iné budovy by jeho športový výkon bol 47, tak si vyberie tú s menším číslom.

<sup>4</sup>Áno, niektorí študenti sú premotivovaní, a bývajú v škole. To preto, že je veľmi kvalitná.

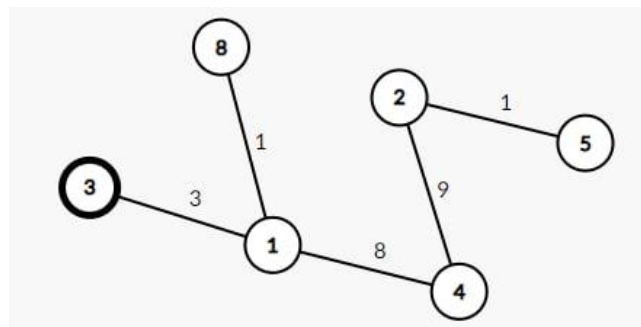


vstup

výstup

6	4
5	8 2 3 1 4
4	5 3
5	6 8
1	3 1
2	5 1
3	6 9

5



## 6. Cyrilove investície

12 b za popis, 8 b za program

Ako aj mnoho iných v Krajine Sedemhranných Pätkorunákov, aj Cyril sa venuje investovaniu. Od rána do večera sleduje ceny rôznych aktív, aby mu neušla žiadna príležitosť. Našťastie, aj burzy majú svoje otváracie hodiny, a Cyril môže ísť niekedy aj spať.

Cyrl ešte nedokončil svoje vzdelanie, a preto sa musí pravidelne účastniť (virtuálnych) prednášok. Aby mu nezapísali neprítomnosť, musí sa ukázať aspoň raz na každej prednáške. Keď je ale na prednáške, nemôže sledovať kurzy, a môže mu ujsť výhodná ponuka!

V Krajine Sedemhranných Pätkorunákov majú burzy neobvyklé otváracie hodiny, jedna je otvorená od 7:14:23.49 do 9:31:07.98, ďalšia od 8:42:22.72 do 11:53:21.44... Cyril by preto rád našiel časy, v ktorých keď sa objaví na prednáškach, príde o čo najmenej investičných príležitostí. Keďže Cyril venuje všetok svoj čas investovaniu, nemá čas si to spočítať, a preto potrebuje vašu pomoc.

### Úloha

V Krajine Sedemhranných Pätkorunákov sa nachádza  $n$  búrz. Každá burza má svoje otváracie hodiny uvedené v centisekundách otvoreným intervalom  $(a_i, b_i)$ . Keďže Cyril na prednáškach nedáva pozor, ani nevie aké sú dlhé. Vie ale, že sa na nich musí ukázať aspoň raz za  $t$  centisekúnd.

Vašou úlohou je nájsť takú postupnosť časov, v ktorých keď sa Cyril ukáže na prednáškach, ujde mu čo najmenej príležitostí. Za ujednú príležitosť Cyril považuje to, že sa ukáže na prednáške v čase keď je otvorená niektorá burza.<sup>5</sup> Každá burza otvorená v tomto čase sa ráta za jednu ujednú príležitosť.

### Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je číslo  $t$  ( $2 \leq t \leq 1\,000\,000$ ) udávajúce maximálny čas medzi Cyrilovými účasťami na prednáškach. V druhom riadku vstupu je číslo  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000$ ) udávajúce počet búrz v Krajine Sedemhranných Pätkorunákov.

V každom z nasledujúcich  $n$  riadkov sa nachádzajú dve čísla oddelené medzerou, udávajúce interval  $(a_i, b_i)$  ( $1 \leq a_i < b_i \leq 8\,640\,000$ )<sup>6</sup> v ktorom je otvorená burza  $i$ .

V polovici sád testovacích vstupov navyše platí, že  $t \leq 250$ .

<sup>5</sup>Cyrlu stačí na prednáške sa iba ukázať, nemusí tam stráviť žiaden čas. Ak sa jedna burza v nejakom čase zatvára a druhá burza sa v tom čase otvára, Cyril sa v tomto čase stíha ukázať na prednáške bez toho aby mu ušla príležitosť na týchto burzách.

<sup>6</sup> $8\,640\,000 = 24 \cdot 3600 \cdot 100$ , počet centisekúnd v jednom dni.



## Formát výstupu

Vypíšte práve tri riadky.

Na prvom riadku vypíšte číslo  $p$  udávajúce najmenší možný počet ujdenných príležitostí.

Na druhom riadku vypíšte číslo  $m \leq 250\,000$  udávajúce počet účastí na prednáškach.

Na treťom riadku vypíšte zoradenú postupnosť  $m$  čísiel  $u_i$  oddelených medzerami udávajúcu časy, v ktorých keď sa Cyril ukáže na prednáškach, ujde mu najviac  $p$  príležitostí. Prvé číslo  $u_1$  musí byť menšie alebo rovné času otvorenia prvej burzy a posledné musí byť väčšie alebo rovné času zatvorenia poslednej burzy.<sup>7</sup> Rozdiel dvoch susedných čísiel musí byť  $1 \leq u_{i+1} - u_i \leq t$ .

Vo všetkých testovaných vstupoch stačí Cyrilovi ukázať sa na prednáškach maximálne 250 000 krát, dlhšie postupnosti nie je ochotný uznať.

## Príklady

vstup

```
100
2
100 200
200 300
```

výstup

```
0
3
100 200 300
```

*Cyril sa stíha zúčastniť sa prednášky v čase 200 bez toho aby mu ušla nejaká príležitosť.*

vstup

```
150
3
100 300
140 260
190 350
```

výstup

```
3
3
100 250 400
```

*V čase 250 Cyrilovi ujdú príležitosti na všetkých troch burzách.*

vstup

```
150
3
100 300
140 260
190 350
```

výstup

```
3
4
50 190 300 400
```

*Iné platné riešenie pre predchádzajúci vstup. V čase 190 Cyrilovi ujdú príležitosti na prvých dvoch burzách, v čase 300 na tretej burze.*

vstup

```
150
3
100 300
140 260
190 350
```

výstup

```
3
4
50 130 270 400
```

*Ďalšie platné riešenie pre predchádzajúci vstup. V čase 130 Cyrilovi ujde príležitosť na prvej burze, v čase 270 znovu na prvej a aj na tretej burze.*

## 7. Improvizovaná akrobacia

12 b za popis, 8 b za program

Gašpar už od samej nudy naozaj nevie, čo robiť. Absentuje akákoľvek rozumná myšlienka. A tak otvorí tašku v kúte izby a rozmýšľa, čo by len mohol použiť. Kalkulačka? Stará plesnivá desiata? Zbierka úloh KSP? Vodná pištoľ? Lano? Lano!

Gašpar už vie, čo spraví. Natiahne lano medzi niektoré stromy v záhrade, bude sa po ňom prechádzať a naučí sa na lane robiť nejaké tie akrobatické kúsky.

Teraz však Gašpar stojí pred závažnou otázkou: ktoré dvojice stromov spojiť povrazom? Samozrejme, že natiahnuté povrazy sa nesmú križovať. Okrem toho sú z rôznych dôvodov niektoré dvojice stromov vylúčené. Popri tomto všetkom by Gašpar chcel vytvoriť, čo najviac spojení.

Pomôžte Gašparovi s týmto problémom!

<sup>7</sup>Keď už sú všetky burzy zatvorené, vie si Cyril sám určiť kedy sa zúčastní prednášok a nepotrebuje s tým vašu pomoc.

## Úloha

V záhrade sú dva záhony obsahujúce po  $n$  stromov. Stromy v ľavom záhone majú priradené čísla  $p_1, \dots, p_n$ . Stromy v pravom záhone majú priradené čísla  $q_1, \dots, q_n$ . Platí, že  $p_1, \dots, p_n$  a  $q_1, \dots, q_n$  sú permutáciami čísel  $1, \dots, n$ .

Gášpar chce natiahnuť lano medzi niektorými dvojicami stromov tak, aby platilo:

- každé spojenie vedie medzi nejakým stromom z ľavého záhonu a nejakým stromom z pravého záhonu,
- na každý strom je napojené nanajvýš 1 lano,
- natiahnuté povrazy sa nekrižujú,
- ak sú stromy  $p_i$  a  $q_j$  spojené povrazom, tak platí  $|p_i - q_j| \leq 4$ .

Zistite, koľko najviac spojení môže Gášpar vytvoriť.

## Formát vstupu a výstupu

Na prvom riadku vstupu je číslo  $n$  – počet stromov v jednom záhone,  $1 \leq n \leq 300\,000$ .

Druhý riadok vstupu obsahuje  $n$  čísel  $p_1, \dots, p_n$  – čísla stromov v prvom záhone.  $p_1, \dots, p_n$  sú permutáciou čísel  $1, \dots, n$ .

Tretí riadok obsahuje  $n$  čísel  $q_1, \dots, q_n$  – čísla stromov v druhom záhone.  $q_1, \dots, q_n$  sú permutáciou čísel  $1, \dots, n$ .

Vypíšte jeden riadok obsahujúci jedno číslo – najväčší počet lán, ktoré môže Gášpar medzi stromami natiahnuť.

## Hodnotenie

Vstupy sú rozdelené do 4 sád. Každá sada je hodnotená 2 bodmi. Platia v nich nasledujúce obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	100	5000	100 000	300 000

## Príklad

vstup

```
6
6 2 1 3 4 5
2 4 6 5 3 1
```

výstup

```
5
```

V jednej z optimálnych konfigurácií sú spojené dvojice stromov  $(6, 2)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(3, 3)$  a  $(5, 1)$ .

## 8. Akýsi časopis

12 b za popis, 8 b za program

September prišiel a farmár Jožo sa chystá na zber zeleniny zo svojho poľíčka. Na ňom má pekne v rade zasadených  $n$  zelenín rôznych (alebo aj rovnakých) druhov. Jožo si chce zvoliť jeden súvislý úsek poľa, z ktorého si zeleninu odloží doma; zvyškom prispeje do pohostenia pri najbližšom stretnutí dedinskej futbalovej ligy.

Okrem toho ale Jožo cez leto začal odoberať akýsi časopis o vyrovnannej strave. V ňom sa dočítal, že mu urobí dobre, ak nebude existovať jeden druh zeleniny, z ktorého by mal doma viac kusov ako z každého iného. (Tu sa ukazuje prečo sa Jožo nerozhodol proste zožrať všetko sám – mal by pocit že žije nezdravo.) Inak povedané, musia existovať aspoň dva druhy, z ktorých na jeho vybranom súvislom úseku poľa bude rovnako veľa kusov a zároveň zo žiadneho iného druhu na tom úseku nebude viac kusov.

Samozrejme, aj tak by si chcel Jožo nechať čo najviac zeleniny pre seba. Konkrétne chce, aby z každého z tých najčastejších druhov zeleniny mal doma aspoň  $k$  kusov. Povedzte mu, koľko najviac zeleniny si môže uskladniť doma, alebo aspoň že si nevie podľa svojich požiadaviek vybrať žiadny úsek poľa (a dofrasa aj s časopisom, všetky plány mu prekazil!).

## Formát vstupu

Na prvom riadku sú čísla  $n$  a  $k$  – počet kusov zeleniny na poli a minimálny vyžadovaný počet kusov najčastejšieho druhu.

Na druhom riadku je  $n$  čísel  $a_1$  až  $a_n$  – typy jednotlivých kusov zeleniny v poradí, v ktorom rastú na poli. Platí  $1 \leq a_i \leq n$ .

### Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok a na ňom jedno číslo – dĺžku najdlhšieho úseku poľa, ktorý je možné vybrať, alebo  $-1$  ak nie je možné vybrať žiadny úsek.

### Hodnotenie

Je 6 sád vstupov. Platia v nich nasledujúce obmedzenia:

Sada	1	2	3, 4	5	6
$1 \leq n \leq$	60	5 000	10 000	50 000	100 000
$1 \leq n/k \leq$	60	5 000	20	100	200

### Príklad

vstup

```
5 1
2 2 3 1 2
```

výstup

```
3
```

Pole obsahuje napr. zemiak, zemiak, mrkvu, kareláb, zemiak. Optimálne je zobrať mrkvu, kareláb a jeden zo zemiakov ktoré s nimi susedia. Futbalový guláš získal zvyšné dva zemiaky.