



Korespondenčný seminár z programovania

Leták letnej časti XXXVII. ročníka

Korespondenčný seminár z programovania (KSP) je súťaž programátorov – stredoškolákov a mladších – pripravovaná skupinou študentov Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Naším cieľom je zdokonaľiť žiakov v programovaní a v algoritmickom myslení.

Riešením súťažných úloh a štúdiom vzorových riešení sa zlepšíš v programovaní a naučíš sa algoritmicky rozmýšľať. Získané poznatky a skúsenosti využiješ v iných súťažiach v programovaní (napríklad pri riešení [Olympiády v informatike](#)), v bežnom živote, počas vysokoškolského štúdia, dokonca aj na prijímacích pohovoroch do zamestnania. Naši riešitelia sa každoročne zúčastňujú a úspešne umiestňujú na medzinárodných olympiádach v informatike (v Austrálii, Taliansku, Kazachstane, Taiwane, ...). Mnoho našich bývalých riešiteľov sa tiež bez ťažkostí zamestnalo v špičkových IT spoločnostiach ako Google, Facebook, ESET, ...

Ak študuješ na strednej škole a zaujíma ťa programovanie, neváhaj a zapoj sa do KSP:

Ako sa zapojiť do KSP?

- **Prečítaj** si zadania. Nájdeš ich v tomto letáku a na našej stránke <https://www.ksp.sk/ulohy>. Každý rok máme zimnú a letnú časť, obe majú dve kolá s ôsmimi úlohami.
- Teš sa, aké sú tento rok pekné úlohy.
- **Vyrieš** úlohy. Nemusíš vyriešiť všetky, nemusíš ich vyriešiť najlepšie ako sa dá. Aj za čiastočné riešenia sa dostávajú body, za každú úlohu za dá získať 0 až 20 bodov.
- Na riešenie úloh jedného kola máš približne dva mesiace a môžeš ich riešiť doma bez toho, aby si niekam cestoval. Termín odovzdania úloh je napísaný aj na našej stránke, aj v PDF zadaniach. Úlohy sa nedajú odovzdávať po termíne, takže si to, prosím, nenechaj na poslednú chvíľu.
- Úlohy rieš samostatne a neprehrádzaj riešenia ostatným riešiteľom. Odpisovanie riešení a prezradenie riešení pred termínom kola je porušením pravidiel KSP. Po skončení kola sa, samozrejme, o riešeníach rozprávať môžeš. :)
- **Odovzdaj** riešenia úloh. Odkaz na odovzdávanie úloh nájdeš pod webovým zadaním každej úlohy alebo na stránke <https://www.ksp.sk/odovzdavanie>. Na odovzdávanie sa treba prihlásiť, aby sme vedeli, komu máme dať body.
 - Vo väčšine úloh odovzdávaš program a popis.
 - Program je hneď po odovzdaní otestovaný testovačom a hneď vidíš, koľko bodov za program máš. Program môžeš odovzdávať znova a znova, až kým nie si spokojný s výsledkom. Ak nevieš, ako majú vyzeráť odovzdané programy, pozri si <https://www.ksp.sk/odovzdavanie-programov>
 - Do popisu slovne napíšeš, ako tvoje riešenie funguje, prečo funguje a tiež odhad časovej a pamäťovej zložitosti programu. Viac sa dozvieš na stránke <https://www.ksp.sk/ako-riesit>. Popis opraví a obodujú vedúci KSP po skončení kola.
- Po skončení kola si **prečítaj vzorové riešenia** úloh (veľa sa z toho naučíš), pozri svoje opravené popisy (či ti tam vedúci nenaúpisali nejaké poučné komentáre), pozri sa do výsledkovky a **teš sa**, koľko máš bodov. Vo výsledkoch sa hodnotí samostatne letná a zimná časť. V každej časti je dôležitý celkový súčet bodov.
- Prečo sa máš tešiť z bodov? Čítaj ďalej.

Čo môžem vyhrať?

- Okrem neoceniteľných vedomostí, skúseností a zručností, ktoré získaš pri riešení semináru, môžeš vyhrať množstvo skvelých vecí.
- Všetci víťazi od nás dostanú **vecné ceny**.
- Pre 36 najlepších riešiteľov organizujeme každoročne dve týždenné **sústredenia**. Sústredenie je niečo ako tábor, na ktorom spoznáš nových priateľov s podobnými záujmami, naučíš sa čosi viac nielen o programovaní a zažiješ kopec zábavy. Sústredenia sú fakt skvelé akcie, najmä, keď ich organizuje Trojsten.

- Aby ste sa mohli pochváliť ostatným, akí ste šikovní, víťazom všetkých levelov udelíme a pošleme **diplomy**.
- Aj keď sa nedostaneš medzi víťazov, stále môžeš byť úspešným riešiteľom. Úspešný riešiteľ je ten, kto získal aspoň polovicu bodov počas celej časti (letnej, či zimnej).

Pravidlá a levely

Počnúc tridsiatym piatym ročníkom rušíme staré kategórie a prechádzame na nový systém *levelov*.

Každý riešiteľ má level, číslo od 1 po 4. Noví riešitelia začínajú na leveli 1 a pokiaľ sa im v riešení darí, level im postupne rastie. Svoj level si môže každý riešiteľ pozrieť na našej stránke. Riešiteľom s levelom L sa započítavajú body len za úlohy s číslami L až 8.

Vo výsledkových listinách (<https://www.ksp.sk/vysledky>) sa každému riešiteľovi počíta **5 najlepšie vyriešených úloh**. Celkovo sa dá za časť (dve kolá) získať 200 bodov. Riešitelia, ktorí sa v nejakej výsledkovke umiestnili na jednom z prvých dvoch miest a majú aspoň 150 bodov sú **víťazi**. Najlepších 36 riešiteľov pozývame na sústredenie.

Podrobnejšie pravidlá si môžete prečítať na <https://www.ksp.sk/pravidla>.

Registrácia

Pred odovzdaním riešenia je potrebné sa zaregistrovať na našej webstránke a vyplniť požadované kontaktné údaje. Odporúčame sa zaregistrovať aspoň pár dní pred odovzdávaním riešenia (pre prípad, že by ste mali počas registrácie nejaké problémy).

Účastou v KSP nám dávate súhlas spracovať a archivovať údaje, ktoré nám poskytnete pri registrácii, ako aj zverejniť vaše meno, školu, ročník a získané body vo výsledkovej listine.



Úlohy 1. kola letnej časti

Termín odoslania riešení tohto kola je pondelok 27.4.2020. Doprogramovávanie končí v podnelok 11.5.2020.

1. Toto nie je heslo

12 b za popis, 8 b za program

Konečne sa to stalo. Je na svete nová celotrojstenová infraštruktúra. Je úplne dokonalá, spĺňa všetko, by si od nej čakal. Je univerzálna pre všetky semináre, dlhodobo udržateľná, dobre zdokumentovaná... Vyskakuješ meter dvadsať od šťastia. Nič ti nemôže pokaziť tento úžasný pocit. Kontroluješ si inbox tvojho trojsten mailu, v ktorom nachádzaš samé pochvalné maily od vedúcich, mobil na stole ti pípa od všetkých tých pochvalných správ na Slacku. Čo je to ale za divný zvuk? Veď to znie ako zvonenie mobilu... Zrazu si uvedomíš, že si zase zaspal v T2¹ na gauči, pomaly otvoríš oči, a uvedomíš si, že to bol iba sen. Zdvihneš mobil, a zisťuješ, čo sa zase deje. Volá nejaký Trojsten vedúci, že, ehm, ako to povedať, nevie svoje heslo do Trojsten účtu.

Ale že to nie je až taká tragédia, lebo predtým ako ho zabudol, si vymyslel pomôcku ako zmenšiť počet možných hesiel. Vyrobil si papieriky, na ktoré si napísal slová, o ktorých vie, že sa na všetkých pozíciách líšia od hesla. A dokonca, týchto papierikov je presne n .

Vzápätí ale dodáva, že on by ti vlastne nevolal, on tie možnosti vyskúša aj sám, ale potrebuje, aby si mu umožnil mať väčší počet pokusov na zadanie hesla. Po chvíli frflania súhlasíš, a kým sa stihneš spýtať, koľko pokusov potrebuje, tak už máš na stole všetky tie papieriky... To aby si si zase všetko zistil sám...

Úloha

Na každom z n , $1 \leq n \leq 1000$ papierikov je napísané slovo, ktoré tvoria len malé písmená anglickej abecedy. Všetky tieto slová sú rovnako dlhé, majú najviac 13 znakov, a majú rovnakú dĺžku ako heslo. O všetkých slovách viete, že sa na všetkých pozíciách líšia od hesla (i-te písmeno slova sa líši od i-teho písmena hesla). Koľko je hesiel, ktoré sa líšia od všetkých slov?

Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádza číslo n , počet slov, o ktorých vieme, že sa líšia od hesla na každej pozícii. Na každom z nasledujúcich n riadkov sa nachádza jedno slovo. Všetky tieto slová sú rovnako dlhé.

Formát výstupu

Vypíšte jedno číslo - počet možností ktoré ostávajú pre heslo.

Príklad

vstup

```
3
pes
les
tri
```

výstup

```
13248
```

Možnosťí sú napríklad "aaa", "aab", "kon", "ale", "nie" ..., no nie "eee" či "lod".

vstup

```
2
raz
dva
```

výstup

```
13824
```

2. Radšej budem upratovať v T2

12 b za popis, 8 b za program

Na poslednej chate vedúcich Trojstenu vznikol nápad, že by Trojstenáci mohli spolu chodiť do divadla aby si utužili kolektív, získali inšpiráciu na dej sústredenia, naučili sa hereckému majstrovstvu na hranie dejových

¹Miestnosť kde sídli KSP na Matfyze

scénok... Vtedy ti to prišlo ako dobrý nápad, však čo sa môže takým divadlom pokaziť. Veď to si tam proste sadneš, a pozeráš sa. To nemôže byť také zlé... Jedine, ak by bolo. Kvôli tragickým hereckým výkonom si po prvých piatich minútach predstavenia začal ľutovať, že si radšej neostal na intráku robiť domáce úlohy. Po desiatich ti už aj umývať špinavé riady v T2 príde ako dobrý nápad. Po 15tich minútach sa postavíš, aby si odišiel, ale čo sa to deje? Naľavo aj napravo od teba sedia vedúci, a je neslušné ich prekračovať kým sedia. Našťastie, nie si jediný, ktorému to predstavenie príde zlé, a chce odísť... V akom poradí odídu všetci Trojstenáci zo sály?

Úloha

V divadle sedí v jednom rade n vedúcich. Pre jednoduchosť si ich označme prirodzenými číslami 1 až n . Každého z nich po nejakom čase prestane baviť sa pozeráť na divadlo, a bude chcieť odísť. Odísť ale môže len vtedy, ak naľavo, alebo napravo od neho nikto nesedí. Viete poradie, v akom sedia vedúci v rade, a viete poradie, v akom ich prestane baviť sa pozeráť na divadlo. Vypíšte poradie, v akom odídu zo sály.

Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádza číslo n , ($1 \leq n \leq 100\,000$): počet vedúcich, ktorí sedia v rade. Na druhom riadku sa nachádza n medzerou oddelených čísel s_i , ktoré označujú vedúcich v poradí v akom sedia v rade. Prvé a posledné číslo predstavujú vedúcich, ktorí sedia na kraji. Na poslednom riadku dostanete n medzerou oddelených čísel p_i , ktoré znamenajú poradie, v akom vedúcich prestalo baviť pozeráť divadlo.

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok s n medzerou oddelenými číslami, poradie v akom vedúci odídu zo sály. Za posledným číslom medzeru nevypisujte. Nezabudnite na znak konca riadku.

Príklad

vstup	výstup
<pre>3 3 1 2 1 3 2</pre>	<pre>3 1 2</pre>

Najprv prestane divadlo baviť vedúceho 1, ktorý ale nemôže odísť. Potom, ako prestane divadlo baviť vedúceho 3, ktorý sedí na kraji, už má aj vedúci 1 voľnú cestu zo sály, a odíde aj ten. Nakoniec prestane divadlo baviť vedúceho 2, ktorý okamžite odíde.

vstup	výstup
<pre>5 1 2 3 4 5 1 5 2 4 3</pre>	<pre>1 5 2 4 3</pre>

3. Ako si posadáme?

12 b za popis, 8 b za program

Krízový štáb KSP musí zasadnúť, no vzhľadom na aktuálnu epidémiu, nikto nikomu neverí. Nikto predsa nechce nikoho nakaziť a ani nece byť nakazený. Teda nie zase každý každému. Niektorí niekomu predsa len veria. Napríklad takému Krtkovi nikto neverí, lebo stále niekam behá, chodí na všetky stretká a stretáva veľa ľudí. Naopak Samovi verí takmer každý, lebo všetci vedia, že celý deň sedí za počítačom a niečo kódi. Aby bola na zasadaní krízového štábu dobrá atmosféra, chceme, aby mal každý ľudí, ktorým verí hneď vedľa seba.

Úloha

Krízový štáb má n členov a zasadá za okrúhlym stolom. Títo členovia majú dokopy m požiadaviek tvaru xy čo znamená, že člen číslo x verí členovi číslo y . Dokážeme usadiť všetkých členov tak, aby každý člen mal všetkých ľudí, ktorým verí priamo vedľa seba?²

Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádzajú dve čísla n a m , ($1 \leq n, m \leq 100\,000$) počet členov krízového štábu a počet ich požiadavok. Nasleduje m riadkov tvaru $x_i y_i$, ($0 \leq x_i, y_i < n, x_i \neq y_i$) ktoré hovoria, že člen číslo x_i verí členovi číslo y_i .

²Ak napríklad niekto nikomu neverí, je vlastne jedno kto pri ňom sedí.

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok so slovom **ano**, ak sa dá usadiť všetkých členov tak, aby bola na zasadnutí dobrá atmosféra alebo **nie**, ak sa to nedá.

Príklady

vstup	výstup
<input type="text" value="2 1"/> <input type="text" value="0 1"/>	<input type="text" value="ano"/>

Krizový štáb má dvoch členov a jeden z nich verí tomu druhému, takže keď ich posadíme vedľa seba, všetky podmienky budú splnené.

vstup	výstup
<input type="text" value="4 3"/> <input type="text" value="0 1"/> <input type="text" value="0 2"/> <input type="text" value="0 3"/>	<input type="text" value="nie"/>

Člen číslo 0 verí trom ďalším členom, ale priamo vedľa seba môže mať len dvoch ľudí, takže nevieme splniť všetky jeho požiadavky zároveň.

vstup	výstup
<input type="text" value="5 3"/> <input type="text" value="0 2"/> <input type="text" value="0 1"/> <input type="text" value="3 0"/>	<input type="text" value="nie"/>

Ak má vedľa 0 sedieť 1 aj 2, už nemôže sedieť 3 vedľa 0.

4. Galaktický volebný chaos

12 b za popis, 8 b za program

Na vzdialenej planéte KuSaPasa sa konali voľby. Počas sčítania hlasov však prišla nečakaná elektromagnetická búrka, ktorá spôsobila úplný chaos. Väčšina hlasovacích lístkov sa postrácala. Keď búrka doznala, obyvatelia planéty začali zisťovať, čo ostalo z volebných výsledkov. Niektoré počty hlasov sa zachovali, iné sa enormne navýšili či znížili. O počte hlasov Chamtivej Asociálne Orientovanej Strany (CHAOS) sa podarilo zistiť iba to, že vplyvom elektromagnetickej búrky sa počet jej hlasov zrotoval o jednu cifru doprava, čím sa stal n -násobným. Samotný počet hlasov je však nadobro stratený. Občania si len ťažko predstavujú, aký chaos by na planéte nastal, keby táto strana získala n -násobne viac kresiel v parlamente. Potrebovali by preto zistiť, aký bol skutočný počet hlasov CHAOSu. Ak by existovalo viac takých čísel, vzhľadom na charakter (a názov) strany ľud vyberie ten najmenší.

Mimozemšťania na planéte KuSaPasa nepoužívajú klasickú desiatkovú sústavu, ale sústavu so základom b . Jediné, čo vedia o počte hlasov Chamtivej Asociálne Orientovanej Strany je, že keď zrotujeme jeho cifry o jednu pozíciu doprava, dostaneme presne n -krát väčšie číslo. Prirodzene, rotujeme cifry v sústave o základe b . Inými slovami, rotácia doprava znamená, že presunieme poslednú cifru na začiatok čísla.

Úloha

Nájdite najmenšie číslo také, že keď zrotujeme jeho cifry zapísané v sústave so základom b o jednu pozíciu doprava, dostaneme presne n -krát väčšie číslo.

Hľadané číslo môže byť veľmi veľké a nemusí sa vojsť ani do 64-bitovej premennej.

Formát vstupu

Na jedinom riadku vstupu sú dve celé čísla b a n , pričom platí $2 \leq b \leq 500$ a $1 \leq n < b$.

Formát výstupu

Na jediný riadok vypíšte jednotlivé číslice hľadaného čísla v sústave so základom b od najvýznamnejších po najmenej významné (v klasickom poradí). Číslice samotné vypisujte v desiatkovej sústave, teda ak je výsledkom napríklad šestnástkové číslo $D2E_{16}$, vypíšte $13\ 2\ 14$, pretože $D = 13$ a $E = 14$.

Hodnotenie

Sú štyri sady vstupov, za každú možno získať 2 body. Maximálne hodnoty b v jednotlivých sadoch sú postupne 6, 60, 200 a 500.

Príklady

vstup	výstup
10 4	1 0 2 5 6 4
$4 \cdot 102564 = 410256$	
vstup	výstup
11 3	1 4
Číslo 14 v jedenástkovej sústave je rovné 15, číslo 41 je rovné $4 \cdot 11 + 1 = 45$.	
vstup	výstup
16 2	1 0 8 4 2

5. Éra vyhýbania

12 b za popis, 8 b za program

Jožo nemá rád svojich spolužiakov. Neustále im robí zle a najradšej by ich vôbec nevidel. Keď je s nejakým spolužiakom na prednáške, radšej zaspí. Rozhodol sa preto, že svoj nový rozvrh zostaví tak, aby bol s každým spolužiakom čo najmenej.

Nažhavil teda larsa³ a začal hackovať univerzitné účty svojich nenávidených spolužiakov. Netrvalo dlho, aby zistil rozvrhy všetkých ľudí, s ktorými sa nechce stretávať.

Počas hackovania sa Jožovi vybil počítač a nabíjačku má niekde hlboko v batohu. Nepripadá teda do úvahy, aby si tento optimalizačný problém vyriešil sám. Zostavíte Jožovi jeho nový rozvrh?

Úloha

Jožo vám dodal rozvrhy svojich n spolužiakov. Existuje k predmetov. Očíslujme si ich od 1 po k .

Každý spolužiak na každý predmet buď chodí, alebo nechodí. Reprezentujme si teda predmety každého spolužiaka binárnym reťazcom dĺžky k . Ak daný spolužiak chodí na predmet číslo i , tak v binárnom reťazci bude na i -tej pozícii 1, ináč bude na i -tej pozícii 0.

Vzdialenosť od spolužiaka Jožo definuje ako počet predmetov, na ktoré spolužiak chodí a Jožo nechodí, alebo spolužiak nechodí a Jožo chodí. Ináč povedané, keď si napíšeme spolužiakov a Jožov rozvrh pod seba, tak vzdialenosť od spolužiaka bude počet pozícií, na ktorých sa tieto rozvrhy líšia.

Vašou úlohou bude zostaviť Jožov rozvrh tak, aby bola minimálna vzdialenosť od spolužiaka (spomedzi všetkých spolužiakov) čo najväčšia.

Formát vstupu

Na prvom riadku dostanete čísla n – počet spolužiakov a k – počet predmetov. Platí, že $1 \leq n \leq 100\,000$ a $1 \leq k \leq 20$

Nasleduje n riadkov. Na každom z nich je binárny reťazec dĺžky k . Na i -tom z týchto n riadkov je popis rozvrhu i -teho spolužiaka vo vyššie popísanom formáte.

Formát výstupu

Na jediný riadok výstupu vypíšte nový Jožov rozvrh. Ak takých rozvrhov existuje viac, vypíšte z nich lexikograficky najmenší.

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov. Platia v nich nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	10	1 000	10 000	100 000
$1 \leq k \leq$	20	10	20	20

³Jožov počítač

Príklady

vstup	výstup
<pre>3 5 01101 10101 00011</pre>	<pre>11000</pre>
vstup	výstup
<pre>1 6 011011</pre>	<pre>100100</pre>

6. Dijkstra inak

12 b za popis, 8 b za program

Danovi sa začal nový semester a to preňho znamená jediné. Blíži sa skúškové. Z knižnice si už požičal všetky skriptá a cvičebnice. Keďže si po ne bol už o šiestej ráno v prvý výpožičný deň, ušli sa mu dokonca tie najlepšie kusy. Čo sa jeho spolužiakov týka, tí už také šťastie nemali a knižky sa im neušli. Aby znova polovica ročníka nevyletela, rozhodol sa dobrotnivo požičať svoje vzdelávacie materiály na naskenovanie.

Vieme si však predstaviť, že naskenovať tie tisíce strán chvíľu potrvá a Dano každú sekundu čo v ruke nemá svoje skriptá pociťuje fyzickú bolesť. Krtkovi obzvlášť nebolo príjemné pozeráť sa ako sa zvíja na zemi a tak spravil náčrty PCBčiek potrebných na zostavenie robota, ktorý skenovanie zautomatizuje, urýchli a spraralelizuje. Náčrty však vôbec nie sú pekné, vodiče idú križom krážom, masívne sa križujú a nikto sa v tom nevyzná. Aby nedošlo ku skratom, bude treba viacvrstvové dosky.

Na odhad ceny robota (a teda finálne rozhodutie či radšej nenecháme Dana trpieť) budeme potrebovať vedieť, koľko najmenej vrstiev môžu mať dosky bez toho aby sa vodiče križovali. Keďže toto je úloha v KSP, je na vás aby ste to zistili.

Úloha

Náčrt má N vodičov. Každý vodič má 2 konce a všetky konce vodičov sú rozdelené do 2 stĺpcov (ľavého a pravého) po N koncoch. Konce v oboch stĺpcoch sú očíslované zhora nadol od 1 po N . Dva vodiče sa križujú ak sú na tej istej vrstve a ak jeden vodič má číslo ľavého konca menšie ako číslo ľavého konca druhého vodiča a číslo pravého konca väčšie ako číslo pravého konca druhého vodiča. Každý vodič sa môže nachádzať na práve jednej vrstve.

Na prvom riadku je celé číslo N ($0 \leq N \leq 10^6$) - počet vodičov. Na druhom riadku je N rôznych celých čísel. Nech i -te z nich je v_i , potom i -ty vodič spája i -ty koniec v ľavom stĺpci s v_i -tým koncom v pravom stĺpci.

Na výstup vypíšte jeden riadok s jedným celým číslom - najmenším počtom vrstiev postačujúcich na zostavenie dosky bez križovaní.

Hodnotenie

Sú 4 sady vstupov. Platia v nich nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$0 \leq N \leq$	10	2 000	50 000	1 000 000

Príklady

vstup	výstup
<pre>3 1 2 3</pre>	<pre>1</pre>
vstup	výstup
<pre>5 5 4 3 2 1</pre>	<pre>5</pre>
vstup	výstup
<pre>6 4 5 2 3 1 6</pre>	<pre>3</pre>

7. Ideme robiť kampaň

12 b za popis, 8 b za program

Volby v Krajine Samých Politikov sú už za rohom.

Treba byť akční! Všetci ak s tým nič neurobíme, tí politici z opozície - Fakt Kool Strana - nebudajú získať demokratickú väčšinu, postaví vládu, a začnú plniť svoje predvolebné sľuby! Koalícia Mnohých Strán tomu musí nejako zabrániť.

KMS sa teda rozhodla zorganizovať predvolebnú kampaň, na ktorej vycestujú z hlavného mesta a navštívia všetky okresné mestá, po čom sa slávnostne vrátia do hlavného mesta v deň volieb.

Mohli síce vyrátať najkratšiu cestu ktorú by museli prejsť, bol by to však problém. Ak by totiž navštívili okresné mestá v tak špecifickom poradí, žurnalisti z časopisu Zuby a Vlasy by si to určite vysvetlili tak, že na okresoch ktoré KMS navštívila posledné im nezáleží, a stratili by v nich voličov.

Keďže KMS nemá hlavného vedúceho ktorý by vedel takéto obvinenia verejne poprieť, rozhodlo sa KMS pre inú stratégiu - spravia okružnú cestu krajinou. Začnú v hlavnom meste, ktoré je najzápadnejšie okresové mesto. Potom sa vydajú na východ, pričom ponavštevujú niektoré mestá, až kým neprídu do najvýchodnejšieho z nich. Vtedy spravia otočku a vydajú sa na západ, pričom navštívia všetky mestá ktoré vynechali v opačnom smere, až kým nakoniec neprídu naspäť do hlavného mesta.

Pomôžte KMSákovi zrátať, koľko najmenej kilometrov musia prejsť, aby mohli takto zorganizovať svoju predvolebnú kampaň a poraziť FKS!

Úloha

Každé mesto si vieme predstaviť ako bod v rovine.

KMS začína v najzápadnejšom meste, a potom sa vydá na východ k najvýchodnejšiemu mestu. Po ceste môže navštíviť niektoré mestá, tie však musia mať rastúcu zemepisnú dĺžku (x -ovú súradnicu).

Po príchode do najvýchodnejšieho mesta sa KMS otočí a vydá na západ, pričom v klesajúcom poradí zemepisnej dĺžky navštívi všetky mestá, ktoré KMSáci nenavštívili počas kampaňovania na východ.

Akú najmenšiu vzdialenosť musia prejsť?

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je číslo n – počet miest v KSP. Každý z nasledovných n riadkov obsahuje dve čísla $x_i y_i$: súradnice jedného mesta. Tie sú kladné a nepresahujú milión. Body budú udávané v rastúcom poradí zemepisnej dĺžky (teda žiadne mestá nemajú rovnakú zemepisnú dĺžku, a prvé mesto na vstupe je hlavné mesto).

Formát výstupu

Vypíšte najmenšiu vzdialenosť ktorú KMSáci musia prejsť aby zvládli svoju okružnú predvolebnú kampaň. Dĺžku ich cesty meriame Euklidovskými.

Vypíšte dostatočne veľa desatinných miest. Vaša odpoveď bude uznaná, ak sa bude od našej líšiť v absolútnej alebo relatívnej hodnote najviac 10^{-6} .

Hodnotenie

Čím väčšia sada, tým väčšie n , zhora ohraničené postupne:

- Počtom prstov na mojich rukách a nohách
- Počtom dní v letných prázdninách
- Počtom dní v orbite Venuše
- Rokom v ktorom Krištof Kolumbus objavil Ameriku

n nikdy nie je menšie ako počet trpaslíkov v rozprávke o Snehulienke mínus päť.

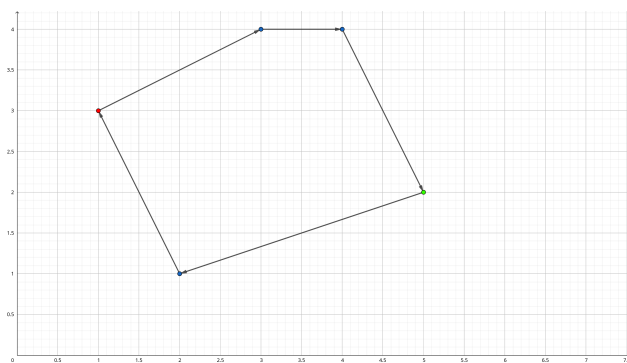
Príklady

vstup

```
5
1 3
2 1
3 4
4 4
5 2
```

výstup

```
10.870481593
```

vstup

výstup

```
10
4 1
13 4
21 3
25 9
28 10
42 1
43 2
50 4
67 10
68 9
```

```
131.651455225
```

8. Ale to sa oplatí!

12 b za popis, 8 b za program

Obchod Kde Sú Potraviny sa rozhodol zaviesť bezpečnostné opatrenia proti rozsiahlemu postihnutiu políc prázdnotou. V KSP totiž zistili, že ľudia majú tendenciu prísť do obchodu s istým cieľom, a kúpiť si to čo chcú. Toto však vôbec nie je dobré. Keď príde veľa ľudí s rovnakým cieľom, ostávajú prázdne police.

Zaviedli preto nový systém nakupovania. Zákazníkovi pridelia jednu policu ku ktorej sa postaví, podľa minuty od otvorenia v ktorej prišiel. Zákazník sa môže potom rozhodnúť, či to čo je na danej polici kúpi a odíde, alebo to nechce, hodí si mincou a posunie sa podľa nej doprava alebo doľava⁴. Tí KSPáci sú ale kreatívny, že?

Marcela poslala jeho žena Sabinka do KSP nakupovať. Keďže vie o týchto opatreniach, nedala mu klasický nákupný zoznam, ale ku každej položke čo v obchode majú mu napísala, ako veľmi ju chce. Marcel sa pred cestou zamyslel, a uvedomil si, že ak vŕjde v správnom čase, má väčšiu šancu kúpiť niečo, čo Sabinka chce viac. Ale kedy je ten správny čas?

Úloha

Na vstupe dostanete Sabinkino ohodnotenie všetkých vecí v obchode, zoradené tak, ako sú na policiach (na každej jedna vec). Vašou úlohou je zistiť, v ktorej minúte má Marcel prísť (teda na ktorej polici má začať svoj nákup), aby očakávaná hodnota toho čo kúpi bola čo najvyššia. Očakávaná hodnota sa dá vyrátať ako váhovaný priemer hodnoty podľa pravdepodobnosti, že Marcel kúpi jednotlivé veci. Môžete predpokladať, že v každom prípade by Marcel nechal svoj osud na náhodu, len ak by to zvýšilo jeho očakávaný zisk oproti tovaru pri ktorom práve stojí. Aby sa Marcel vedel rozhodnúť aj keď niektorú minútu zmešká, vypíšete mu očakávaný zisk pre každú policu.

Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádza číslo n , ($1 \leq n \leq 100\,000$) počet políc v obchode. Na druhom riadku je n čísel, ($0 \leq x_i \leq 10^9$), Sabinkino ohodnotenie jednotlivých políc s tovarom.

Formát výstupu

Vypíšete n riadkov, na i -tom z nich očakávanú hodnotu Marcelovho nákupu ak začne pri i -tej polici. Čísla vypisujte s presnosťou aspoň na 5 desatinných miest.

⁴Ak je pri prvej alebo poslednej polici, môže sa stať že vypadne z obchodu, a nekúpi nič.

Príklad

vstup

```
2
1 3
```

výstup

```
1.5
3
```

Ak začne pri prvej polici, neoplatí sa mu zobrať daný tovar, lebo ak si hodí mincou má polovičnú šancu že vypadne a získa tak 0 ale polovičnú šancu skončiť na druhej polici a zobrať 3. To je v priemere 1.5, čo je viac ako 1.

vstup

```
6
2 3 6 13 4 1
```

výstup

```
3.25
6.5
9.75
13
8.66666
4.33333
```