



## Úlohy 2. série zimnej časti

Termín odoslania riešení tejto série je pondelok 4. januára 2016.

### 1. Zlacené disky

kat. Z; 6 b za popis, 4 b za program

Matúš už vďaka vám našiel disk, ktorý má najlepší pomer ceny ku kapacite, ale stále nie je celkom spokojný. Momentálne je totiž spomenutý disk veľmi drahý. Po krátkej úvahe si Matúš uvedomil, že sa disky nevyrábajú v Európe, ale na Taiwane, a preto ich cena závisí od kurzu eura k taiwanskému doláru. Pohrabal sa v ekonomických zákutiach internetu a stiahol si vývoj kurzu na nasledujúcich  $n$  dní. Keďže potreboval disk ihneď, kúpil si ho na splátky priamo u taiwanskej spoločnosti.

Matúš každý deň spláca  $s$  eur, avšak ktorýkoľvek deň sa sa môže rozhodnúť doplatiť zvyšok sumy. Teraz už len potrebuje zistiť, ako dlho by mal platiť splátky a čakať so zaplatením zvyšku tak, aby dokopy zaplatil čo najmenej.

No a v súlade s jeho žgrlošským zmýšľaním prenechal Matúš túto úlohu lacnejšej pracovnej sile: vám!

#### Úloha

Na vstupe dostanete vývoj kurzu taiwanského doláru na najbližších  $n$  dní, cenu disku  $c$  v taiwanských dolároch a výšku splátky  $s$  v eurách. Matúš spláca každý deň  $s$  eur začínajúc prvým dňom, ktorý je na vstupe. Skutočnú sumu, ktorú dostane taiwanská spoločnosť vypočítame tak, že sumu, ktorú zaplatí Matúš v eurách vynásobíme kurzom na daný deň. Ak je kurz 47 a Matúš zaplatí 2 eurá, tak sa z celkovej sumy  $c$  odráta  $47 \cdot 2 = 94$  taiwanských dolárov. Celková suma, ktorú dostane spoločnosť v taiwanských dolároch, môže byť aj vyššia, ako cena disku, keďže Matúš vie platiť iba celočíselné sumy.

Vašou úlohou je zistiť, v ktorý deň má Matúš doplatiť zvyšok dlhu, aby dokopy zaplatil čo najmenej eur. Ak je takých dní viac, vypíšte ten najskorší, aby Matúš splácal čo najkratšie. V prípade, že sa mu oplatí čakať až do  $n$ -tého dňa, musí Matúš vyplatiť zvyšok sumy v tento deň. **Matúš musí aj v posledný deň splácania zaplatiť aspoň  $s$  eur.**

#### Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú tri kladné celé čísla  $n$ ,  $c$  a  $s$  ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ,  $1 \leq c, s \leq 10^9$ ) udávajúce počet dní pre ktoré poznáme kurz, cenu disku a výšku splátky. V nasledujúcom riadku je  $n$  celých čísel oddelených medzerou, kde číslo na pozícii  $i$  udáva kurz v  $i$ -tom dni.

#### Formát výstupu

Vypíšte jedno číslo – taký deň, v ktorom má Matúš doplatiť zvyšok sumy, aby dokopy zaplatil čo najmenej. Nezabudnite za ním vypísať koniec riadku.

#### Príklad

vstup

```
5 1000 2
3 47 190 50 30
```

výstup

```
3
```

V prvý deň zaplatí  $2 \cdot 3 = 6$  dolárov, druhý deň  $2 \cdot 47 = 94$  a tretí deň doplatí zvyšok  $5 \cdot 190 = 950$ .

vstup

```
4 200 10
3 2 10 20
```

výstup

```
3
```

V tretí deň zaplatí 15 eur, takže dokopy zaplatí 35 eur v hodnote  $10 \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 10 = 200$  dolárov. Ak by čakal na najvyšší kurz vo štvrtý deň, zaplatil by dokopy 40 eur, pretože aj v posledný deň splácania musí Matúš zaplatiť aspoň 10 eur.

vstup

```
3 1000 1
100 10 1
```

výstup

```
1
```

Matúš sa môže rozhodnúť, že zaplatí celú sumu aj v prvý deň.

## 2. Znova zašpinení programátori

kat. Z; 6 b za popis, 4 b za program

Zlé jazyky hovoria, že programátori sa neumývajú. Celé dni a noci vraj nerobia nič iné, iba sa aktívne vyhýbajú sprche. To ale vôbec nie je pravda! Kde sa nabrali také hrozné fámy? Programátori sú predsa čistotní! Toto sme už počuli. Vieme, že vedci z Katedry Sprchovania a Plávania spravili **výskum**...

Adam tomu však neverí. Čo ak boli výsledky výskumu sfaľované? Na konci každého dňa mohol niekto gély preusporiadať tak, aby to vyzeralo, že sa programátori poctivo umývajú. Šandyna by rada obhájila nepošpinené meno programátorov, ale nemôže predsa striehnuť na ľudí v sprche. Preto je potrebné nájsť iný spôsob, ako odhaliť falšovanie výsledkov.

V sprche používanej  $n$  programátormi je kopa sprchových gélov poukladaných jeden na druhom. Vždy, keď sa niekto sprchuje, vyberie svoj sprchový gél z kopy, čím sa všetky gély, ktoré boli nad ním, posunú nižšie. No a keď sa dosprchuje, položí svoj gél na samý vrch kopy. Každý programátor má v kope práve jeden vlastný sprchový gél, ktorý je označený tak, aby si ho nepomýlil. Zistili sme, že programátor sa môže sprchovať aj viackrát za deň.

Šandyna si zaznamenala, ako vyzeralo poradie gélov v kope na začiatku dňa, skôr, než sa ktokoľvek stihol osprchovať. Potom si v priebehu dňa zaznamenávala, v akom poradí programátori navštevovali sprchu. Na konci dňa chce Šandyna zistiť, ako by mala kopa vyzeráť, ak nikto gély falošne nepreusporiadal.

### Úloha

Gély na začiatku dňa očísľujeme zhora nadol číslami od 1 po  $n$ . Na vstupe dostanete postupnosť  $m$  návštev jednotlivých programátorov. Každý programátor použije počas návštevy svoj gél. V sprche je v každom momente najviac jeden programátor, takže poradie vyberania a vkladania gélov je jednoznačné.

Zistite, ako by mala vyzeráť postupnosť gélov na konci dňa.

### Formát vstupu

Prvý riadok vstupu obsahuje prirodzené čísla  $n$  a  $m$  udávajúce počet gélov a počet sprchovaní v daný deň. Platí, že  $1 \leq n, m \leq 200\,000$ .

Na ďalšom riadku je postupnosť  $m$  prirodzených čísel oddelených medzerami, pričom každé z nich je v rozsahu od 1 po  $n$ . Sú to čísla gélov v poradí, v akom ich majitelia používali sprchu.

### Formát výstupu

Na jeden riadok vypíšete postupnosť čísel gélov na konci dňa v poradí zhora nadol. Čísla oddelíte medzerami a výstup ukončíte znakom nového riadku. Za posledným číslom **nevypisujte** zbytočnú medzeru.

### Príklad

vstup	výstup
5 6	2 5 3 1 4
2 2 1 3 5 2	

## 3. Zygrov dlhoročný sen ...

kat. Z; 6 b za popis, 4 b za program

Zygro sa už niekoľko rokov nevie zbaviť sna o švédskej dedinke so zázračným spôsobom platenia<sup>1</sup>.

V tejto dedinke sa za nákupy platí nie celou sumou, ale len ciferným súčtom sumy. Ak máte za zmrzlinu zaplatiť 512 eur, zaplatíte len  $5 + 1 + 2 = 8$  eur a 504 ste ušetrili.

Zygro vyskúšal už všetko možné, ale sen sa stále vracia. Obsah je vždy rovnaký: zakaždým ide do obchodu a niečo si kúpi. Po prebudení si pamätá iba to, koľko peňazí ušetril. Jeho veštkyňa mu odporučila, aby si tieto čísla zapisoval (predpovedajú vraj jeho budúcnosť).

Zygro už síce veštkyňu nenavštevuje, no v zapisovaní pokračuje. Je totiž presvedčený, že musia mať nejaký význam. Nech sa však čísla snaží spracovať akokoľvek, výsledok je vždy nezmyselný. Posledná vec, ktorú ešte nevyskúšal, je zistiť, koľko peňazí by v dedinke zo sna minul, ak by sa v nej platilo normálnym spôsobom. Sám to však nevládze spočítať a preto prosí o radu vás.

<sup>1</sup>Referencia na [príklad](#) z minulej série.

## Úloha

Zázračné platenie funguje nasledovne: Nech je skutočná cena nákupu  $n$  a ciferný súčet  $n$ -ka je  $c$ . Zygro pri zázračnom platení zaplatí  $c$  peňazí a teda pri tomto nákupe ušetrí  $n - c$  peňazí.

Máte k dispozícii Zygrove záznamy z predošlých rokov. Každý záznam je celé nezáporné číslo  $m = n - c$ , množstvo peňazí, ktoré Zygro ušetril zázračným platením pri nákupe. Vašou úlohou je zistiť, aké ceny mohli byť Zygrovi načítované za nákup pri platbe štandardným spôsobom, teda aké mohli byť hodnoty  $n$ .

### Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je jediné číslo  $z$  ( $1 \leq z \leq 1000$ ), udávajúce počet záznamov. Nasleduje  $z$  riadkov vstupu. V  $i$ -tom riadku vstupu je jediné číslo  $m_i$  ( $0 \leq m_i \leq 10^{18}$ ), udávajúce množstvo peňazí, ktoré Zygro ušetril pri  $i$ -tom nákupe. Všimnite si, že  $m_i$  sa nezmestí do bežnej (32-bitovej) celočíselnej premennej. Pokiaľ programujete v Pascale, odporúčame vám použiť typ `int64`, v C++ typ `long long`.

### Formát výstupu

Vypíšte  $z$  riadkov. Na  $i$ -tom riadku vypíšte všetky možné ceny pre pôvodný nákup zoradené od najmenšej po najväčšiu. Medzi hodnotami majú byť medzery, no za poslednou hodnotou medzera byť nesmie! V prípade, že neexistuje žiadna cena nákupu v platbe štandardným spôsobom, vypíšte prázdny riadok.

### Príklady

vstup	výstup
<pre>1 504</pre>	<pre>510 511 512 513 514 515 516 517 518 519</pre>

Ak bola pôvodná cena 510, tak potom Zygro zaplatil  $5 + 1 + 0 = 6$ . Teda ušetril dokopy  $510 - 6 = 504$  peňazí.  $511 - (5 + 1 + 1) = 504$ ,  $512 - (5 + 1 + 2) = 504, \dots$

vstup	výstup
<pre>3 144 585 576</pre>	<pre>150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599</pre>

## 4. Zajtra dávam výpoveď!

kat. Z a O; 9 b za popis, 6 b za program

Myslíte si, že programovanie v skutočnej softvérovej firme bude jednoduché? Sysel si to myslel tiež. Postupne si však uvedomuje, ako veľmi sa mýlil.

Sysel je zamestnaný vo firme *Kontra Systémové Programy* a na vlastnej koži zažíva, čo je to život programátora z povolania. Každé ráno sa mu vo dverách objaví šéf a hromovým hlasom zvolá všetky nové požiadavky, ktoré by mal Sysel splniť.

Jedno ráno príde a zahuláka: „Nech sú tie tlačidlá oblejšie! Nech to načítavanie trvá trochu dlhšie, veď to vyzerá, ako keby ten program nič nerobil! Prečo to vôbec nepadá?“. A zvyšok dňa Sysel tvrdo maká, aby vyhovel šéfovým požiadavkám. Na druhý deň šéf rozcapí dvere a zručí: „Prečo sú tie tlačidlá také oblé? To načítavanie aj niekedy skončí? V tom programe sa nedá robiť! Každú chvíľu padá!“. A zvyšok dňa Sysel znova tvrdo maká, aby vyhovel novým šéfovým požiadavkám. Najhoršie je, že Sysel nemôže prepisovať kód, ktorý už je napísaný. To by potom budilo dojem, že šéfove požiadavky neboli konzistentné. Môže len na koniec dopisovať ďalšie a ďalšie riadky. Celý kód potom vyzerá ako **velká guľa bahna**, má tisíce riadkov, ale šéf je spokojný!

Syslův kolega Roman na tom nie je o nič lepšie. Roman určuje, akým číslom bude označená nová verzia Syslovej aplikácie. Podobne ako sa predlžuje Syslov program, toto číslo sa musí každý deň predĺžiť o jednu cifru, pričom jeho začiatok sa už nesmie meniť. Naviac, každé ráno si šéf zmyslí, čím má byť toto číslo deliteľné.

V minulosti šéf postupne vyberal čísla 1, 2, 3, 4, ... avšak pri verzii 3608528850368400786036725 sa nedalo pokračovať ďalej<sup>2</sup> a šéf musel zastaviť vývoj aplikácie.

Pri novej aplikácii si šéf dáva väčší pozor a vyberá len čísla z rozsahu 1 až 10 a čísla nevyberá postupne zaradom, ale náhodne. No a Roman musí celé dni počítať správnu verziu programu. Vedeli by ste mu s tým pomôcť?

<sup>2</sup>Toto číslo je skvelé preto, že každé číslo pozostávajúce z jeho prvých  $k$ -cifier je deliteľné  $k$ . Napríklad 3608528850368 je deliteľné číslom 13, celé číslo je deliteľné 25. Dlhšie číslo s touto vlastnosťou neexistuje.

## Úloha

Dostanete postupnosť  $n$  celých čísel v rozsahu 1 až 10 – zoznam šéfových požiadaviek pre jednotlivé dni. Vypočítajte číslo, o ktorom pre všetky  $i$  od 1 po  $n$  platí, že číslo, ktoré vznikne spojením prvých  $i$  cifier tohto čísla je deliteľné  $i$ -tou šéfovou požiadavkou.

Ak je možností viacero, nájdite najmenšie z vyhovujúcich čísel.

### Formát vstupu

Na prvom riadku sa nachádza číslo  $2 \leq n \leq 200\,000$  – počet šéfových požiadaviek. Na druhom riadku sa nachádza  $n$  medzerami oddelených čísel  $p_i$  – šéfove požiadavky. Platí, že  $1 \leq p_i \leq 10$ . Čiastočné body samozrejme dostanete, aj keď vyriešite úlohu pre malé  $n \leq 9$ ,  $n \leq 18$ ,  $n \leq 100$ ,  $n \leq 10\,000$  alebo  $n \leq 100\,000$ .

### Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok, a na ňom jediné číslo – najmenšie  $n$ -ciferné číslo  $c$  také, že ak zoberieme prvých  $i$  cifier z čísla  $c$ , tak takéto číslo bude deliteľné požiadavkou  $p_i$ .

Mimochodom,  $n$ -ciferné číslo pre  $n \geq 2$  nemôže mať prvú cifru nulu.

### Príklad

vstup	výstup
10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	1020005640

*Odpoveď, bohužiaľ, nemôže byť prvých 10 cifier Romanovho skvelého čísla (3608528850), pretože to nie je najmenšie možné číslo vyhovujúce požiadavkám.*

vstup	výstup
7 3 9 7 5 6 7 4	3640212

vstup	výstup
13 9 4 7 8 2 3 7 4 9 7 2 3 4	924000035012

## 5. Optimálna šifrovačka

kat. Z a O; 10 b za popis, 5 b za program

Šifrovačky sú úžasné akcie. Bežne na šifrovačke dostanete nejakú zašifrovanú správu a keď ju vylúštite, dozviete sa, kde sa nachádza ďalšia šifra. Nasleduje presun terénom a ďalšie lúštenie. Je to skvelá možnosť, ako si precvičiť mozgové závitky aj nohy.

Mnohí ľudia sa domnievajú, že poriadna šifrovačka nie je ani tak o šifrách, ako skôr o náročnosti trasy. O čo ťažšia je cesta a čím väčšia je šanca na prechladnutie, tým dlhšie sa budú účastníci chváliť svojou účasťou v nej. Ak k tomu pridáte výškové rozdiely, zlé počasie a možnosť zlomiť si pár končatín, dostanete nezabudnuteľnú hru.

Hlavný vedúci KSP sa rozhodol namiesto jesenného sústredujú sa spraviť najnezabudnuteľnejšiu šifrovačku všetkých čias. Sedemdnovú (a sedemnočnú) šifrovačku umiestnil do Vysokých Tatier. Na jeseň bude určite mokro a skalnaté tatranské končiare budú krásne šmykľavé.

Keď svoj úžasný plán prezradil ostatným vedúcim, nestretol sa s nadšením. Vedúci sa chytali za hlavy a snažili sa ho od toho odhovoriť. No márne. Kocky už boli hodené a jediné, čo ešte mohli spraviť, bolo upraviť cestu tak, aby deti nemuseli nikdy ísť do kopca. Hlavný vedúci si vyprosil aspoň to, aby vzniknutá trasa bola čo najdlhšia.

## Úloha

Máte daný zoznam tatranských križovatiek a zoznam turistických chodníkov medzi nimi. Poznáte nadmorskú výšku každej križovatky a dĺžku každého chodníka. Zistite dĺžku najdlhšej klesajúcej (takej, ktorá neobsahuje stúpania ani roviny) trasy po týchto križovatkách.

Trasa môže začať a končiť na ľubovoľnej križoviatke.

### Formát vstupu

Prvý riadok obsahuje dve celé čísla  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) a  $m$  ( $0 \leq m \leq 1\,000\,000$ ), ktoré udávajú počet križovatiek a počet chodníkov medzi nimi.

Ďalších  $n$  riadkov obsahuje jedno číslo  $v_i$  ( $1 \leq v_i \leq 1\,000\,000\,000$ ), ktoré udáva nadmorskú výšku  $i$ -tej križovatky (križovatky sa číslujú od jednotky). Všetky nadmorské výšky sú navzájom rôzne.

Ďalších  $m$  riadkov obsahuje trojice čísel  $x_i$ ,  $y_i$ , a  $c_i$  ( $1 \leq c_i \leq 1\,000\,000\,000$ ), kde  $c_i$  je dĺžka chodníka medzi  $x_i$ -tou a  $y_i$ -tou križovatkou.

Vstupy v piatej sade sú pomerne veľké a očakávame, že pomalšie jazyky ako Python a Java nebudú stíhať. Ak používate tieto jazyky, zmierte sa s tým, že pravdepodobne dostanete len 4 body z 5 za program aj pri optimálnej časovej zložitosti. Ešte môžete skúsiť prepísať program do jazyka C++, ten je dosť rýchly.

### Formát výstupu

Vypíšte jedno celé číslo – dĺžku najdlhšej klesajúcej trasy.

### Príklad

vstup	výstup
<pre>6 6 100 50 300 47 20 15 1 3 10 3 2 40 2 1 50 4 2 70 5 3 60 5 6 30</pre>	<pre>130</pre>

Najdlhšia klesajúca cesta ide postupne po križovatkách 3 - 1 - 2 - 4.

## 6. Objednaná elektronika

kat. O; 12 b za popis, 8 b za program

Adam, Buj, Cecília<sup>3</sup> a Dávid nedávno zistili, že každému z nich chýba nejaký kus elektroniky. Adamovi chýba server, Bujovi lietajúci dron, Cecílii elektrická zubná kefka a Dávidovi obrazovka s ešte väčším rozlíšením, ako má teraz. Čo teda spravili? Išli na stránku Internetového obchodu s najotrajnejšou reklamou na svete<sup>4</sup> a objednali si, čo potrebovali.

I nastal deň, keď si všetci štyria mali vyzdvihnúť svoju objednávku. Prišli preto do centrály IONRS, zaplatili a každý z nich dostal papierik, na ktorom bolo napísané nejaké číslo a ich meno<sup>5</sup>. Následne sa zaradili do množstva ľudí čakajúcich na výdaj. V IONRS to totiž funguje tak, že objednané (a už zaplatené) predmety prichádzajú zo skladu na bežiacom páse, kde ich zloží šikovná pracovníčka, vyhlási číslo a meno priradené k danému predmetu a príslušný človek si ho ide zobrať.

Naši štyria kamaráti teda počúvali vyvolávané čísla a čakali, kedy odznie to ich. Ako prvý prišiel na rad Adam so svojim serverom. O niečo neskôr bolo vyvolané Bujovo číslo a on si radostne začal rozbaľovať svojho drona. Keď už dron lietal, prišla po páse Cecíliina zubná kefka a posledný prišiel na rad Dávid.

Keď sa vracali z tohto výletu, stretli na ulici vešticu, a tá sa ich spýtala, aké čísla mali v IONRS na papierikoch. Tvrdila totiž, že sa podľa toho dá odhadnúť ich budúcnosť. Ak by v tom čísle boli samé štvorky a sedmičky, mali by nesmierne šťastie, pokiaľ ale spomenuté číslo bolo deliteľné trinástkou, nemuselo by to pre nich dopadnúť práve najlepšie.

Naši hrdinovia však zistili, že si svoje čísla nepamätajú a papieriky odovzdali, keď si vyzdvihovali nákup. Pamätali si len, že súčin Adamovho a Bujovho čísla bol rovnaký, ako súčin Cecíliinho a Dávidovho. Na internete sa tiež dá pozrieť zoznam čísel vyhlásených v daný deň, samozrejme už bez priradených mien a predmetov. Teraz by chceli vedieť, koľko takých štvoríc čísel zo zoznamu mohlo patriť im. Ak by tam bola len jedna, bolo by to jasné. . .

### Úloha

Na vstupe dostanete postupnosť  $n$  čísel, označme si ich postupne  $x_1$  až  $x_n$ . Nájdite počet všetkých rôznych

<sup>3</sup>Naozaj neexistuje KSPák, ktorého meno sa začína na C.

<sup>4</sup>Ďalej len IONRS.

<sup>5</sup>Keby náhodou prišli do predajne ľudia s rovnakým menom, treba ich odlišiť číslami.

štvoric  $(a, b, c, d)$ , pre ktoré platí, že

- $x_a \cdot x_b = x_c \cdot x_d$
- $1 \leq a < b < c < d \leq n$

( $a, b, c, d$  vyjadrujú pozíciu Adamovho, Bujovho, Cecíliinho a Dávidovho čísla v zozname.)

### Formát vstupu

Na prvom riadku je číslo  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) – počet čísel v postupnosti.

Na druhom riadku sa nachádza  $n$  čísel oddelených medzerou,  $x_1$  až  $x_n$ , čiže jednotlivé čísla, ktoré boli vyhlásené v IONRS. Platí, že  $0 \leq x_i \leq 10^9$ .

### Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno číslo – počet takých štvoric  $a, b, c$  a  $d$ , že  $x_a \cdot x_b = x_c \cdot x_d$  a  $1 \leq a < b < c < d \leq n$ .

### Príklady

vstup

```
5
1 12 3 4 3
```

*Buď mali čísla 1, 12, 3, 4 alebo 1, 12, 4, 3.*

vstup

```
6
1 1 1 1 1 1
```

*Lubovoľná štvorica spĺňa  $x_a \cdot x_b = x_c \cdot x_d$*

vstup

```
10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

*Ak by boli vyhlásené tieto čísla, tak určite  $x_a \cdot x_b < x_c \cdot x_d$*

výstup

```
2
```

výstup

```
15
```

výstup

```
0
```

## 7. Ozajstné vzrušenie

kat. O; 12 b za popis, 8 b za program

Zdeno má veľmi rád vlaky. Raz sa takto premával celým Slovenskom – najprv Poprad, potom Žilina, následne Piešťany, Leopoldov, Trnava, až nakoniec vlak zastal v Bratislave. A potom opačným smerom – do Košíc. A zase naspäť. Zdeno celé dni nič iné nerobil, iba sa vozil vlakom z Košíc do Bratislavy a z Bratislavy do Košíc.

Počas svojich dobrodružstiev Zdeno poriadne vyhladol. Nemal inú možnosť, ako vystúpiť a kúpiť si bagetu v najbližšom stánku s občerstvením. Neuveríte, ale keď sa sýty Zdeno vracal na nástupište, nevedel si spomenúť, ktorým smerom išiel vlakom naposledy.

Zdeno si po toľkých cestách presne pamätá, ako vyzerá trasa z Bratislavy do Košíc – pamätá si ju ako postupnosť farieb domov, ktoré vidí z okna na severnej strane vlaku. (Zdeno vždy sedáva na severnej strane, aby mu nesvietilo slnko do očí.)

Pri svojej poslednej ceste sa Zdeno nepozeral z okna celý čas. Chvilku sa pozeral, potom si prečítal noviny. Znova sa pár minút pozeral a zadriemal. A tak ďalej. Preto si pamätá len niekoľko **súvislých** úsekov trasy. Pomôžte mu na základe týchto spomienok zistiť, či cestuje z Bratislavy do Košíc, alebo opačným smerom.

### Úloha

Daný je reťazec znakov, popisujúci farby domov na ceste z Bratislavy do Košíc. Zdeno rozoznáva 26 farieb, ktoré si označil písmenami a až z. Cesta z Košíc do Bratislavy vyzerá rovnako, len reťazec je obrátený (znaky čítame sprava doľava).

Ďalej máme niekoľko ďalších reťazcov, popisujúcich súvislé časti jazdy, ktoré si Zdeno pamätá. Časti sa neprekrývajú, môžu však na trase nasledovať aj hneď za sebou. Vlak cestuje z Bratislavy do Košíc, ak na ceste vieme nájsť všetky časti, a navyše v tom poradí, v akom sú časti zadané. Podobne to platí pre opačný smer, len časti hľadáme na opačnej ceste.

Zistite, ktorými smermi môže vlak cestovať.

## Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je reťazec malých písmen anglickej abecedy – cesta z Bratislavy do Košíc. Na druhom riadku je číslo  $n$  – počet úsekov, ktoré Zdeno videl z okna vlaku.

Nasleduje  $n$  riadkov a na každom z nich je jeden reťazec malých písmen anglickej abecedy, popisujúci jeden úsek. Úseky sú dané v poradí, v akom ich Zdeno videl.

Súčet dĺžok všetkých reťazcov na vstupe nepresiahne 2 000 000.

## Formát výstupu

Ak je jednoznačne určený smer jazdy, tak ak cestuje z Bratislavy do Košíc, vypíšte jeden riadok s textom „z Bratislavy do Kosic”, inak vypíšte „z Kosic do Bratislavy”.

Ak môže vlak cestovať oboma smermi, vypíšte „neviem”.

Ak vlak nemohol cestovať ani jedným smerom, vypíšte „zabludil”.

## Príklad

vstup	výstup
<pre>abcaabbabaa 3 aab ba ba</pre>	<pre>neviam</pre>
vstup	výstup
<pre>xyyzzxyzxyz 2 yyzz zz</pre>	<pre>zabludil</pre>
vstup	výstup
<pre>cbaxxxxabcdefxxxxccbbaa 2 abc xx</pre>	<pre>z Bratislavy do Kosic</pre>

## 8. Ozajstná veda

kat. O; 10 b za popis, 10 b za program

Kleofáš sa rád hrá s číslami. Na matfyzáka by sa to aj celkom patrilo. Preto sa už dlho tešil, ako si v zimnom semestri zapíše numeriku a začne sa na nej oddávať šťastnému rátaniu, pričítavaniu, odčítavaniu a iterovaniu vzorcov pri riešení diferenciálnych rovníc – no proste samým úžasným veciam.

Ani numerika však Kleofáša neuspokojila. Stále bol akýsi nesvoj. Nemal pocit absolútneho naplnenia svojej bezhraničnej číselnej zvedavosti. Veci mu nedávali zmysel. Videl čísla a nevedel čo znamenajú. Nevedel, čo sa mu snažia povedať. Nevedel z nich získať poznanie. Vrcholom bolo, keď začal v číslach aj snívať. Začali sa mu totiž snívať dlhé číselné postupnosti. Vtedy sa Kleofáš rozhodol, že vyhľadá pomoc odborníka. Sadol za internet a o chvíľu mal dohodnuté stretnutie s numerologičkou 83470u.

83474 mu povedala nasledovné múdrosti: Každé číslo niečo znamená. To, čo dané číslo znamená, sa dá určiť z jeho cifier. Traktor. Každý si je strojom svojho šťastia a vyberá si, čo sa mu stane. Rovnaké šťastie znamená, že sa porušil metrix. Čím viac možností, tým viac abibash.

Kleofáš síce nerozumel ani slovo, ale rozhodol sa, že tomu bude veriť a pokúsil sa 83471n3 slová nejakým interpretovať. Každé číslo asi bude znamenať nejakú udalosť, ktorá sa mu udeje. To, aká bude, sa dá určiť z cifier daného čísla. Všetci vedia, že najšťastnejšie číslo je 47. Šťastné cifry teda musia byť štvorka a sedmička. No a úplne šťastné udalosti teda budú zodpovedať takým číslam, ktorých úplne každá cifra je štvorka alebo sedmička.

Kleofášov život ešte nie je jednoznačne určený. Vie si vybrať, ktorých  $k$  spomedzi  $n$  udalostí, ktoré sa mu prisnili, sa mu naozaj stane. Určite však nechce, aby sa mu stali dve rovnaké šťastné udalosti, lebo by tým pokazil metrix. (Nech už to znamená, čo chce.) Abibash? Jasné, že Kleofáš chce byť čo najviac abibash! (Nech už to znamená, čo chce.)

## Úloha

Prírodné čísla delíme na šťastné a ostatné. Šťastné sú tie, ktorých každá cifra je 4 alebo 7.



Kleofáš má postupnosť  $n$  prirodzených čísel a tiež číslo  $k$ . Zo svojej postupnosti chce vybrať presne  $k$ -prvkovú podpostupnosť. Vo vybranej postupnosti sa nesmú vyskytovať dve rovnaké šťastné čísla.

Vašou úlohou je zistiť, koľkými spôsobmi môže Kleofáš vybrať vyhovujúcu  $k$ -prvkovú podpostupnosť.<sup>6</sup> Dva spôsoby považujeme za rôzne, ak vyberieme prvky na rôznych indexoch, bez ohľadu na to, aké majú hodnoty.

### Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú prirodzené čísla  $n$  a  $k$ . Platí  $1 \leq k \leq n \leq 10^5$ . Číslo  $n$  udáva počet čísel, ktoré sa Kleofášovi snívali a číslo  $k$  je počet čísel, ktoré z nich chce Kleofáš vybrať.

V druhom riadku je postupne  $n$  kladných celých čísel, ktoré sa Kleofášovi snívali. Každé z nich je menšie ako  $10^9$ .

### Formát výstupu

Vypíšete jeden riadok a v ňom jedno celé číslo: počet spôsobov ktorými vie Kleofáš vybrať vyhovujúcu podpostupnosť. Keďže toto číslo môže byť veľmi veľké, vypočítajte a vypíšete ho modulo  $10^9 + 7$ .

### Príklady

vstup

```
5 2
7 7 3 7 77
```

výstup

```
7
```

Existuje desať možností ako vybrať 2-prvkovú podpostupnosť danej postupnosti. Z nich však tri nevyhovujú, lebo obsahujú dve rovnaké šťastné udalosti. Vyhovujúcich výberov je teda len  $10 - 3 = 7$ .

vstup

```
5 3
3 7 77 7 77
```

výstup

```
4
```

Tu si Kleofáš musí vybrať udalosť 3, jednu z dvoch udalostí 7 a jednu z dvoch udalostí 77.

vstup

```
34 17
14 14 14 ... 14 14 14
```

výstup

```
333606206
```

V tomto príklade vstupu je v druhom riadku postupnosť 34 štrnástok. Číslo 14 nie je šťastné. Kleofáš si teda môže vybrať ako svoju podpostupnosť ľubovoľných 17 prvkov danej postupnosti. Všimnite si, že počet možných výberov je veľký, a že vypísaná odpoveď je rovná zvyšku, ktorý tento počet dáva po delení 1 000 000 007.

## Zadania kategórie T

Nezabudnite, že môžete riešiť aj kategóriu T (je trocha ťažšia ako kategória O, ale mnohí z vás ju určite zvládnu).

<sup>6</sup>A teda zistiť, ako veľmi je Kleofáš abibash. (Nech už to znamená, čo chce.)