



Korešpondenčný seminár z programovania

Leták zimnej časti XXXIII. ročníka

Korešpondenčný seminár z programovania (KSP) je súťaž programátorov – stredoškolákov a mladších – pripravovaná skupinou študentov FMFI UK. Jej cieľom je zdokonaľiť žiakov v programovaní a v algoritmickom myslení.

Ak študuješ na strednej škole a zaujíma ťa programovanie, neváhaj a zapoj sa do našej súťaže:

Ako sa zapojiť do KSP?

- **Prečítaj** si zadania. Nájdeš ich na našej stránke <https://www.ksp.sk/ulohy>. Každý rok máme zimnú a letnú časť, obe majú dve série príkladov.
- Teš sa, aké sú tento rok pekné úlohy.
- **Vyrieš** úlohy. Nemusíš vyriešiť všetky, nemusíš ich vyriešiť najlepšie ako sa dá. Aj za čiastočné riešenia sa dostávajú body.
Úlohy rieš samostatne a neprezrádzaj riešenia ostatným riešiteľom. Opisovanie riešení a prezradenie riešení pred termínom série je porušením pravidiel KSP. Po skončení série sa samozrejme o riešeniach rozprávať môžeš. :)
- **Odovzdaj** riešenia úloh. Odkaz na odovzdávanie úloh nájdeš webovým zadaním každej úlohy alebo na stránke <https://www.ksp.sk/odovzdavanie>. Na odovzdávanie sa treba prihlásiť na stánku, aby sme vedeli, komu máme dať body.
 - Vo väčšine úloh odovzdávaš program a popis.
 - Program je hneď po odovzdaní otestovaný testovačom a hneď vidíš, koľko bodov za program máš. Program môžeš odovzdávať znova a znova, až kým nie si spokojný/á s výsledkom. Ak nevieš, ako majú vyzeráť odovzdané programy, pozri si <https://www.ksp.sk/idealny-program>
 - Do popisu slovne napíšeš, ako tvoje riešenie funguje, prečo funguje a tiež odhad časovej a pamäťovej zložitosti programu. Viac sa dozvieš na stránke <https://www.ksp.sk/idealne-riesenie>. Popis opraví a obodujú vedúci KSP po skončení série.
- Po skončení série si **prečítaj vzorové riešenia** úloh (veľa sa z toho naučíš), pozri svoje opravené popisy (či ti tam vedúci neapísali nejaké poučné komentáre), pozri sa do výsledkovky a **teš sa**, koľko máš bodov. Vo výsledkoch sa hodnotí samostatne letná a zimná časť. V každej časti je dôležitý celkový súčet bodov.
- Prečo sa máš tešiť z bodov? Čítaj ďalej.

Čo môžem vyhrať?

- Okrem neoceniteľných vedomostí, skúseností a zručností, ktoré získaš pri riešení semináru, môžeš vyhrať množstvo skvelých vecí.
- Víťazi všetkých kategórií (to sú bežne prví traja riešitelia v oficiálnej koncovej výsledkovej listine letnej aj zimnej časti) od nás dostanú **vecné ceny** v celkovej hodnote aspoň 60 Eur. Ceny si budú môcť vybrať z viacerých typov – knižka, spoločenská hra, hlavolam, počítačová hra. . .
- Aby ste sa mohli pochváliť ostatným, akí ste šikovní, víťazom všetkých kategórií udelíme a pošleme **diplomy**.
- Aj keď sa nedostanete medzi víťazov, stále môžete byť úspešní riešitelia. Úspešný riešiteľ je ten, kto získal aspoň polovicu bodov počas celej časti (letnej, či zimnej). Úspešní riešitelia tiež dostanú pekné **diplomy**.
- Navyše, pre najlepších riešiteľov organizujeme každoročne dve týždenné **sústredenia**. Sústredenia sú fakt skvelé akcie, najmä, keď ich organizuje Trojsten. Okrem toho sú sústredenia jedinečnou príležitosťou, ako spoznať nových priateľov s podobnými záujmami, naučiť sa čosi viac nielen o programovaní a zažiť kopec zábavy.

- Absolútni víťazi každej kategórie (úplne prvé miesto) vyhrajú jedinečné **víťazné tričko**. Pri opakovanom absolútnom víťazstve (napríklad vo viacerých kategóriách alebo počas viacerých rokov) absolútni víťazi nedostanú ďalšie tričko a odmena sa posunie na ďalšieho človeka vo výsledkovej listine. Ostatné ceny (diplomy, vecné ceny) môžeš vyhrať aj viac krát, pokiaľ si stále oficiálny/a riešiteľ/ka danej kategórie (pozri časť o kategóriách).
- Netreba zabunúť ani na to, že riešením súťažných úloh a štúdiom našich vzorových riešení sa môžeš naučiť mnoho nového. Získané poznatky a skúsenosti sa ti iste budú hodiť v iných súťažiach v programovaní (napríklad pri riešení Olympiády v informatike), v bežnom živote, počas vysokoškolského štúdia, či pri prijímacích pohovoroch do zamestnania. Mnoho našich bývalých riešiteľov sa bez ťažkostí zamestnalo v špičkových IT spoločnostiach ako Google, Facebook, ESET, ...

Kategórie a riešenie

- Na riešenie úloh máš dosť času a môžeš ich riešiť doma bez toho, aby si niekam cestoval. Termín odovzdania úloh je napísaný aj na našej stránke aj v PDF zadaniach. Úlohy sa nedajú odovzdávať po termíne, takže si to, prosím, nenechaj na poslednú chvíľu.
- KSP má tri kategórie úloh. Z, O a T.
 - **Kategória Z** je pre začiatočníkov a patria do nej najľahšie úlohy s číslami 1 až 5. Po tom, ako budete niekoľkokrát úspešní riešitelia kategórie Z alebo zažijete 2 sústreďenia, už rozhodne nie ste začiatočníci. Neoficiálne môžete túto kategóriu riešiť kľakrát chcete, ale najviac dvakrát môžete byť oficiálni úspešní riešitelia (a dostať diplom či vyhrať ceny) a najviac dvakrát (nezávisle od toho koľkokrát ste boli úspešní) budete pozvaní na sústreďenie. Následne sa treba posunúť ďalej a riešiť kategóriu O.
 - **Kategória O** je pre všetkých riešiteľov a patria do nej úlohy s číslami 4 až 8. Môžete ju riešiť kľakrát chcete, kým ste na strednej (alebo základnej) škole.
 - **Kategória T** je pre pokročilejších riešiteľov, alebo pre riešiteľov, ktorým sa zdá, že je úloh málo. Obsahuje samostatných 3 až 5 úloh, ktoré sa zverejňujú trocha neskôr ako úlohy prvých kategórií. V kategórii T sa bežne neodovzdáva popis, hodnotí sa len program. Určite neváhajte, pozrite si tieto príklady a skúste ich vyriešiť, najmä ak už ste aspoň raz riešili kategóriu O. Podobne, ako v kategórii O, všetci stredoškóľáci sú vítaní pri riešení týchto úloh.
- Medzi úlohami sa nachádzajú ľahšie aj ťažšie. Väčšinou tie s menším číslom sú ľahšie, ale obtiažnosť príkladu je subjektívna. Preto odporúčame prečítať si zadania všetkých úloh a zamyslieť sa nad všetkými. Každý si môže vybrať tie úlohy, ktoré vie riešiť a ktoré považuje za zaujímavé. A nezabudnite, že aj za čiastočné riešenia sú nejaké body.

Registrácia

Pred odovzdaním riešenia je potrebné zaregistrovať sa na našej webstránke a vyplniť požadované kontaktné údaje. Odporúčame sa zaregistrovať aspoň pár dní pred odovzďavaním vášho riešenia (pre prípad, že by ste mali počas registrácie nejaké problémy).

Účasťou v KSP nám dávate súhlas spracovať a archivovať údaje, ktoré nám poskytnete pri registrácii, ako aj zverejniť vaše meno, školu, ročník a získané body vo výsledkovej listine.



Úlohy 1. série zimnej časti

Termín odoslania riešení tejto série je pondelok **12. októbra 2015.**

1. Zúfalo málo miesta

kat. Z; 7 b za popis, 3 b za program

Matúš má problém s nedostatkom miesta na svojom počítači. Jeho uši sú ochotné počúvať len najkvalitnejšiu hudbu v bezstratovom formáte, oči mu krvácajú, ak uzrú video v kvalite horšej od Blu-ray a so svojim fotoaparátom spravil obrovské množstvo fotiek vo vysokom rozlíšení, ktoré odmieta zmazať. Zábavný priemysel je neúprosný a chudák Matúš už nemá svoje dáta kam uložiť.

Nezostáva mu teda nič iné, len sa opäť raz ponoriť do divokých vôd e-shopov a rozšíriť pamäťovú kapacitu svojho počítača. Stiahol si preto celú ponuku diskov z najväčších internetových obchodov do jediného prehľadného súboru a teraz rozmýšľa, ktorý disk kúpiť.

Matúš je ekonomicky citiaci človek a tak by rád zistil, ktorý z diskov má najlepší pomer ceny ku kapacite. Pomôžete mu v tom? Najlepšie bude, ak pri tom použijete len celé čísla, pretože ostatným Matúš veľmi neverí.

Úloha

Na vstupe máte zoznam dostupných diskov v obchodoch. Vašou úlohou je nájsť disk, ktorý je najvýhodnejší – teda taký, ktorý má najnižšiu jednotkovú cenu za gigabajt (teda spomínaný pomer ceny a kapacity). Ak je najlepších diskov viacero, vypíšte ľubovoľný z nich. Snažte sa vymyslieť taký algoritmus, ktorý pri výpočtoch používa len celé čísla. Najlepšie bude, ak nebudete vôbec nikde deliť.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je kladné číslo n udávajúce počet diskov. V každom z nasledujúcich n riadkov sú celé čísla c a k udávajúce cenu (v eurách) a kapacitu (v gigabajtoch) daného disku.

Formát výstupu

Vypíšte dve medzerami oddelené čísla – cenu a kapacitu hociktorého najvýhodnejšieho disku v zozname. Nezabudnite za nimi vypísať koniec riadku.

Hodnotenie

Za popis riešenia, ktoré používa aj iné ako celé čísla sa dá získať najviac 3 body zo 7. Počet bodov za program závisí len od toho, ktoré vstupy váš program vyrieši správne. Vstupy sú rozdelené do sád podľa obtiažnosti, za každú sadu sa dá získať pol boda, ale celkový počet bodov za program sa zaokrúhľuje nadol.

Sada	1	2	3	4	5	6
Maximálny počet	2	3	10	1 000	10 000	100 000
Maximálna cena	100	100	1 000	1 000	10 000	10 000
Maximálna kapacita	100	100	1 000	1 000	10 000	10 000

Príklad

vstup

```
5
500 100
750 130
1500 200
250 60
1000 147
```

výstup

```
250 60
```

2. Zázračné platenie

kat. Z; 5 b za popis, 5 b za program

Zygrov dlhoročný sen je navštíviť Švédsko. Dôkladne sa na to pripravuje: študuje históriu, učí sa jazyk¹ a počúva škandinávské pesničky. Popri tom samozrejme pracuje (vo firme “Vysávače a špagety, s.r.o.”), aby si zarobil peniaze na výlet.

Práca je ale náročná, a tak raz večer zaspal nad poviedkami o Pipi Dlhej Pančuche a ocitol sa v zázračnej švédskej dedinke s ešte zázračnejším spôsobom platenia.

Platenie sa líšilo tým, že ak máte za zmrzlinu zaplatiť napríklad 512 eur, tak najprv podáte pokladníkovi 5 eur, potom 1 euro a nakoniec 2 eurá (pozor na poradie!). Zygro bol samozrejme veľmi nadšený. Veď na kúpenie zmrzliny mu stačilo iba 8 eur, čím ušetril 504 eur. Celú noc preto behal po dedinke a zisťoval ceny jednotlivých výrobkov, aby zrátal, koľko peňazí dokáže ušetriť. Aj vo svojom sne je však veľmi unavený, a tak už nezvláda ani obyčajné odčítavanie. Keby tak na to mal program...

Pomôžete mu?

Úloha

Máte dané celé nezáporné číslo n – cenu výrobku. Vašou úlohou je zistiť, koľko peňazí Zygro ušetrí, ak za výrobok zaplatí vyššie popísaným spôsobom.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je jediné číslo n ($0 \leq n \leq 10^{18}$) udávajúce cenu. Všimnite si, že n sa nezместí do bežnej (32-bitovej) celočíselnej premennej. Pokiaľ programujete v Pasmale, odporúčame vám použiť typ `int64`, v C++ typ `long long`.

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok, na ktorom bude jediné číslo: množstvo peňazí, ktoré Zygro ušetrí.

Príklady

vstup	výstup
512	504
$512 - (5 + 1 + 2) = 512 - 8 = 504$	
vstup	výstup
1000	999
$1000 - (1 + 0 + 0 + 0) = 1000 - 1 = 999$	

3. Zaujímavé kŕmenie strašidelnej príšery

kat. Z; 6 b za popis, 4 b za program

Kým ste prázdninovali, kúpali sa, plávali, KSPáci svedomito pracovali. Kolektívne spisovali príklady, ktorými sa po konci slnečných prázdnin potrápíte. Samozrejme, príklady sa spravili počas prvých pár piatkov. Krátko potom prišla prázdnota.

“Kam sa počneme po spravení príkladov?” premýšľali.

“Pôjdeme sa kúpať? Prechádzať sa po kopcoch? Spoznávať krásy sveta? Programovať? Kŕmiť pestrofarebné papagáje poletujúce po parku?”

“Kdeže, kúpime si príšeru!” prehlásil Peter. Každý súhlasil.

Po kúpe príšery prišli prvé problémy. Príšeru potrebovali pravidelne kŕmiť. Samozrejme, potrebovali pre príšeru pekné priestory. Príšera potrebuje pohodlie. Posledný problém, ktorý súvisí s pohybom príšery, spôsobili KSPáci kŕmením.

Poznatky KSPákov súvisiace s prirodzeným prostredím príšer sú slabé. Skúšali kartónovú krabicu, plastové poháre, sklenenú karafu, sivú prútenú klieťku, komoru skrytú pod kamenným stolom, plesnivú pivnicu, plechový kváder pokrytý strieborným plátnom, ktoré kedysi patrilo svetoznámemu kinu. Príšera pohrdla každým spomenutým priestorom. Správna potrava pre príšery? Príšerne podpriemerné poznatky prebývajú pod kučerami KSPáckych kotrb. Sprvu sa KSPáci pokúšali kŕmiť príšeru kvasenou kyslou kapustou. Ktovie, prečo práve kyslú stravu skúsili KSPáci prvú. Pokus kŕmiť príšeru kapustou skončil katastrofou. Príšera sa priotrávila. Krátko potom stratila schopnosť korigovať smer svojho pohybu. Smutný príbeh. KSPáci potrebovali kompletne pozmeniť prístup. Snáď sa stav príšery polepší.

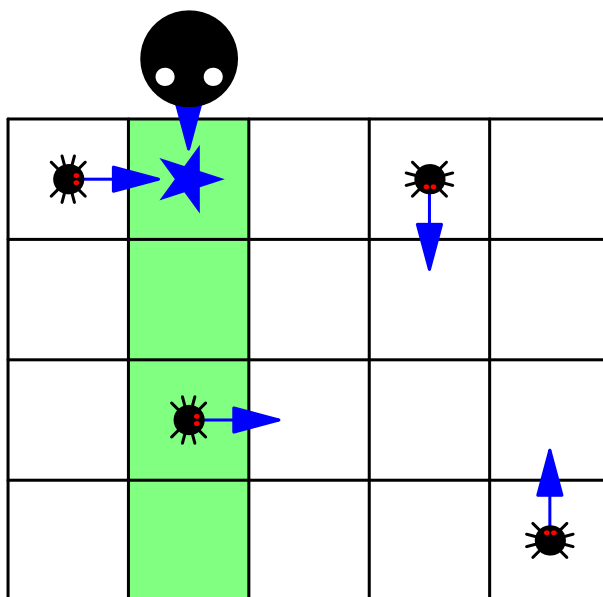
¹Vedeli ste, že švédčina má 2 stredné rody?

Po poradení sa s profesionálom posadili KSPáci svoju príšeru pod podlhovastú skrinku pokrývajúcu severnú stenu prastarej kúpeľne. Kopa prachu pod skrinkou poskytuje príšere príjemné pohodlie. Kúpeľňa sa prestala používať pred storočiami, preto sa stala príbytkom poriadneho počtu pavúkov. Pavúky sú skvelým krmivom pre pažravú príšeru, pretože sú plné sviežich substancií. Krása. Sen pre pažravé príšery, ktoré sa snažia pribrať. Podlahu kúpeľne pokrýva k krát s kachličiek (s stĺpcov, každý s k kachličkami). Poniektoré kachličky sú prázdne, poniektoré sa pýšia pavúkom sediacim prostred kachličky.

Srstnaté končatiny príšery spôsobujú pavúkom strach. Keď sa príšera prvýkrát pozrie spod skrinky, poškrabká svojou krivou paprčou studenú kachličku, pavúky sa preľaknú. Každý pavúk sa pustí strečkovať smerom ku ktorejkoľvek stene. Keď pribehnú ku kraju kúpeľne, schovajú sa pod podlahu. Preto príšera potrebuje pochytať pavúky počas svojej prvej prechádzky. Kvôli pokazenej koordinácii pohybov (spôsobenej priotrávením sa kyslou kapustou) stratila príšera schopnosť kráčať kľukato. Preto sa pohybuje po polpriamke kolmej so severnou stenou kúpeľne.

Príšera sa pohybuje súčasne s pavúkmi. Keď príšera spraví krok, pavúky spravia krok. Keď príšera prejde kachličku, pavúky prejdú kachličku.

Poznáte pozície pavúkov. Poznáte smer pohybu každého pavúka. Pre každý stĺpec kachličiek spočítajte počet pavúkov, ktoré príšera stretne, keď stĺpcom pôjde.



Úloha

Ako ste určite pochopili z predošlého textu, vedúci KSP si kúpili príšeru, ktorú ubytovali v starej opustenej kúpeľni. V tejto kúpeľni žijú pavúky a príšera by chcela nejaké z nich zjesť.

Kúpeľňa obdĺžnikového tvaru je rozdelená na mriežku kachličiek rozmerov $k \times s$. V kúpeľni je p pavúkov, každý sa nachádza uprostred niektorej kachličky. O každom pavúkovi viete jeho počiatočnú pozíciu a tiež smer jeho pohybu. Smer môže byť na sever, východ, západ alebo juh.

Príšera si vyberie nejaký zo stĺpcov a vykukne spod skrinky severne od prvej rady kachličiek. Potom sa bude pohybovať smerom na juh rovnako rýchlo ako pavúky. Kým sa dostane doprostred prvej kachličky, pavúky akurát prejdú vzdialenosť jednej kachličky. Vždy, keď stretne nejakého pavúka, zožerie ho a pokračuje ďalej v pohybe.

Pre každý stĺpec vypíšte, koľko pavúkov príšera zje, ak si vyberie daný stĺpec.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú tri čísla p , k a s udávajúce počet pavúkov a rozmery kúpeľne.

Nasleduje p riadkov, na i -tom z nich sú dve čísla k_i , s_i ($1 \leq k_i \leq k$, $1 \leq s_i \leq s$) a písmeno. Pavúk sedí na začiatku v riadku k_i a stĺpci s_i . Podľa toho, či je písmeno S, V, J alebo Z sa bude pavúk pohybovať na sever, východ, juh alebo západ. Smerom na juh stúpajú čísla riadkov a smerom na východ stúpajú čísla stĺpcov.

Pre jednotlivé vstupné sady platia nasledovné obmedzenia:

Číslo sady	1	2	3	4
Maximálne k , s , p	50	1 000	100 000	500 000

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok, na ktorom bude s čísel oddelených medzerami. Za posledným číslom nevypisujte medzeru. i -te z týchto čísel má byť počet pavúkov, ktoré by príšera zjedla, keby sa vybrala i -tym stĺpcom.

Príklad

vstup	výstup
4 4 5 1 1 V 3 2 V 1 4 J 4 5 S	0 1 0 0 2

4. Zašpinení programátori

kat. Z a O; 9 b za popis, 6 b za program

Zlé jazyky hovoria, že programátori sa neumývajú. Celé dni a noci vraj nerobia nič iné, iba sa aktívne vyhýbajú sprche. To ale vôbec nie je pravda! Kde sa nabrali také hrozné fámy? Programátori sú predsa čistotní! Vedci z Katedry Sprchovania a Plávania sa teda rozhodli vyšetriť, ako to naozaj je.

V sprche používanej n programátormi je kopa sprchových gélov poukladaných jeden na druhom. Vždy, keď sa niekto sprchuje, vyberie svoj sprchový gél z kopy, čím sa všetky gély, ktoré boli nad ním, posunú nižšie. No a keď sa dosprchuje, položí svoj gél na samý vrch kopy. Každý programátor sa pritom sprchuje najviac raz denne (inak by sa rozpustil, však áno) a v kope má práve jeden vlastný sprchový gél, ktorý je označený tak, aby si ho nepomýlil.

Vedci si zaznamenali, ako vyzerala kopa gélov ráno a ako vyzerala večer, po tom ako sa všetci programátori (ktorí chceli) dosprchovali. Z týchto údajov chcú zistiť, koľko najviac a koľko najmenej programátorov sa počas dňa mohlo osprchovať.

Úloha

Na vstupe dostanete dva popisy kopy so sprchovými gélmami, jeden z rána a jeden z večera.

Každý sprchový gél je označený jedným číslom od 1 po n . Čísla sa vrámci jedného popisu neopakujú. Popisy ranného a večerného zásobníka budú teda dve permutácie čísel od 1 po n . Zistite, koľko najmenej a koľko najviac programátorov sa mohlo počas dňa osprchovať, aby to zodpovedalo danému stavu zásobníka.

Formát vstupu

Prvý riadok vstupu obsahuje prirodzené číslo n , udávajúce počet programátorov a teda aj počet sprchových gélov v kope.

Ďalšie dva riadky obsahujú popis kopy ráno a večer – permutáciu n čísel od 1 po n oddelených medzerami. Čísla sú napísané v poradí od spodku kopy po vrch.

Číslo sady	1	2	3	4	5	6
Počet gélov (n)	5	50	500	5 000	50 000	500 000

Formát výstupu

Vypíšte dva riadky, každý obsahujúci jedno celé číslo. V prvom riadku bude najmenší počet programátorov, ktorí sa mohli v ten deň osprchovať, v druhom najväčší možný počet.

Príklad

vstup	výstup
5 1 5 3 2 4 1 3 4 5 2	2 5

Presunutím jedného čísla z prvej permutácie na jej koniec sa nám nikdy nepodarí vytvoriť druhú permutáciu. Sprchovať sa preto museli aspoň dvaja programátori a to najskôr programátor s gélom číslo 5 a potom s gélom číslo 2.

5. O Vlejdovom bicykli

kat. Z a O; 9 b za popis, 6 b za program

Vlejd chce bicykel, a ako správny hipster sa rozhodol, že si ho postaví sám. Základom bicykla je, samozrejme, trojuholníkový² rám (na obrázku ružovou). Naň si Vlejd zohnal niekoľko starých kovových rúriek, z ktorých plánuje tri vybrať a pozvárať ich do tvaru trojuholníka. Následne chce rám natrieť hipsterskou ružovou farbou, ktorej má toľko, že ňou vie natrieť rúrky, ktoré sú spolu dlhé d centimetrov.

Keďže by bola škoda po otvorení nepoužiť všetku ružovú farbu (zvyšok by zaschol a musel by sa vyhodiť), chce zistiť, či sa medzi jeho rúrkami nachádzajú tri také, ktoré tvoria trojuholník s obvodom presne d centimetrov. (Ak také rúrky nemá, farbu si ušetrí na neskôr, vyberie iné rúrky a rámu uháčkuje slušivý obal z tyrkysovej priadze.) Pomôžete mu?



Úloha

Na vstupe dostanete obvod d , počet rúrok n a dĺžky jednotlivých rúrok r_1, \dots, r_n .

Zistite, či sa z niektorých troch rúrok (môže sa stať, že viacero rúrok je rovnako dlhých, ale každú môžete použiť len raz) dá poskladať trojuholník s obvodom d .

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je počet testovacích sád t .

Nasledujú dva riadky pre každú sadu (dokopy $2t$ riadkov). Na prvom riadku sú vždy dve celé čísla n a d ($1 \leq d \leq 10^9$) – počet rúrok a obvod trojuholníka. Na druhom riadku je n celých čísel r_1, \dots, r_n – dĺžky rúrok.

Pre jednotlivé vstupy platia nasledovné obmedzenia:

Číslo vstupu	1	2	3	4	5	6
t	1 000	1 000	500	200	100	50
Maximálne n	10	50	200	1 000	2 000	5 000
Maximálne r_i	1 000	1 000	10^8	10^6	10^9	10^9

Formát výstupu

Pre každú testovaciu sadu vypíšte jeden riadok obsahujúci slová DA SA ak sa z rúrok na vstupe dá poskladať trojuholník s daným obvodom a NEDA SA inak.

Príklad

vstup	výstup
3	NEDA SA
2 10	DA SA
6 4	NEDA SA
5 12	
1 2 3 4 5	
4 12	
11 1 10 1	

V prvom prípade nemáme dosť rúrok na trojuholník; v druhom prípade môžeme postaviť trojuholník 3-4-5; v treťom prípade síce platí, že $1 + 1 + 10 = 12$, ale trojuholník z toho ani Vlejd nespraví.

²Vlejd má rád trojuholníky. Viď príklad 6 z ostatnej série.

6. Obchodnícke obtiaže

kat. O; 12 b za popis, 8 b za program

KSPáci radi čítajú a keďže veľa času trávia na Matfyzе, čítajú hlavne tam. A ako KSPáci postupne starli a odchádzali do veľkého sveta, ich knihy zostali. No kníh stále pribúdalo a čoskoro zaplnili väčšinu políc, poličiek, skriň a zásuviek.

Po tom, čo Askara pri hľadaní zošívачky zasypala knižná séria *Moderný design pre Windows 95*, sa KSPáci rozhodli, že sa kníh zbavia. Vyhadzovať knihy je škoda, preto dumali, dumali, až vydumali skvelý nápad – predajú ich! Tak sa aj stalo, že sa o týždeň konal veľký výpredaj. Uložili knihy do veľkej veže a nechali Matúša, nech predáva.

Matúš je šikovný chlapec a vie, ako sa zákazníci správajú. Zákazníci sú pomerne leniví, nechce sa im prehrabovať v kope a nedajbože robiť rozhodnutia. Len čo prídu za Matúšom, pozrú sa aká kniha je na vrchu kopy, spýtajú sa Matúša, koľko kniha stojí a ak sú s cenou spokojní, kúpia si ju.

Matúš im samozrejme ponúkne najvyššiu cenu, akú sú ochotní zaplatiť. Jednak aby čo najviac zarobil a dvak aby sa zbavil všetkých kníh. Ponúknutá najvyššia cena je jednoducho súčin bohatosti zákazníka a skutočnej hodnoty knihy.

Avšak, bola by veľká škoda, keby si bohatí zákazníci kúpili lacnú knihu a chudobní zákazníci kúpili veľmi hodnotnú knihu, lebo by KSP (a Matúš) nič nezarobilo. Tak mu v hlave vznikol ďalší skvelý nápad. Môže trocha ovplyvňovať, aké knihy si zákazníci kúpia. Veď má predsa dve ruky! Keď napríklad chce, aby si zákazník kúpil tretiu knihu zhora, vie chytiť vrchnú do ľavej ruky a ďalšiu do pravej ruky. No nie je to génus?

Deň sa skončil, všetky knihy sa predali a Matúš teraz rozmýšľa, či predával optimálne. Od vás chce preto vedieť, koľko najviac peňazí mohol zarobiť.

Úloha

Máme n kníh, ktoré si príde kúpiť n kupcov. Na vstupe sú zadané hodnoty kníh $h_1 \dots h_n$ (od vrchu kopy nadol) a bohatosti kupcov $b_1 \dots b_n$ (v poradí, v ktorom prichádzajú do obchodu).

Každý kupec si kúpi práve jednu z vrchných troch kníh, pričom i -ty kupec zaplatí za j -tu knihu $b_i \cdot h_j$ peňazí.

Koľko najviac peňazí vieme zarobiť, ak ponúkame zákazníkovi knihy optimálne?

Formát vstupu

V prvom riadku je číslo n – počet kníh.

V druhom riadku je n čísel h_i – hodnoty kníh, $1 \leq h_i \leq 1000$.

V treťom riadku je n čísel b_i – bohatosti kupcov, $1 \leq b_i \leq 1000$.

Pre jednotlivé sady vstupov platia nasledovné obmedzenia na počet kníh.

Číslo sady	1	2	3	4	5	6	7	8
Maximálne n	5	10	20	40	100	200	400	500

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok a v ňom jedno celé číslo – najväčšiu sumu, za ktorú vieme knihy predať.

Príklad

vstup

```
4
16 6 2 10
3 8 12 9
```

výstup

```
336
```

Prvému človeku s bohatosťou 3 Matúš zodvihne dve knihy, vezme knihu s hodnotou 2 a zaplatí na ňu 6. Druhému zodvihne jednu, čiže si vezme knihu 6 za 48, tretiemu nezodvihne žiadnu a posledný už nemá na výber.

7. Ochrana pred povodňami

kat. O; 10 b za popis, 10 b za program

Na obdĺžnikovom ostrove síce nebývajú povodne veľmi často, ale keď prídu, je to úplná katastrofa. Zaplavené sú lesy, lúky, námestia, domy a paneláky do výšky prvého poschodia. Takisto všade pláva množstvo odpadkov a opustených domácich zvieratiek. Obdĺžnikový ostrov sa totiž nachádza v strede obdĺžnikového jazera do ktorého vteká nie-až-tak-obdĺžniková rieka, ktorá pramení vo vzdialených trojuholníkových horách.

Pred rokom sa preto začalo s výstavbou protipovodňových ochranných múrov. Väčšina obyvateľov sa aktívne zapája a občas postaví štvorcový kúsok múru.³ Ľudia si väčšinou stavajú múry vo svojom okolí, no niektorí podnikaví jedinci ich stavajú aj tam, kde ich netreba – napríklad v oblastiach, ktoré sú už celé obohnané múrom – alebo tam, kde sú absolútne zbytočné – napríklad osamotený metrový kus múru v strede poľa. A samozrejme, aj takéto aktivity im budú preplatené.

Ministerstvo má záznamy o každom kúsku múra, ktorý bol kedy postavený a Klub skeptických publicistov by ich rád preveril. Chcú o každom kúsku múru zistiť, aký prospešný bol pre spoločnosť a objaviť prípadné škandály v tejto kauze.

Úloha

Ostrov si môžeme predstaviť ako obdĺžnik rozdelený na $w \times h$ štvorčekov. Každý štvorček môže byť buď prázdny, alebo na ňom môže byť postavená časť protipovodňovej ochrany.

Voda dokáže tiecť ôsmimi smermi a priteká na každé políčko na okrajoch ostrova. Samozrejme, voda nevie zaplaviť políčko, na ktorom je postavená protipovodňová ochrana.

Dostanete rozmery ostrova a pozície, kde sa postupne stavajú múry. Na začiatku je ostrov prázdny. Vašou úlohou je po postavení každého kúska múra povedať, aká plocha je chránená pred vodou.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu dostanete dve celé čísla w a h ($1 \leq w, h \leq 2000$), pričom w je šírka a h výška obdĺžnikového ostrova.

Na druhom riadku je číslo n ($1 \leq n \leq w \times h$) – počet štvorcových kusov protipovodňového múru, ktoré budú postavené.

Každý z nasledujúcich n riadkov obsahuje dve čísla x_i a y_i ($1 \leq x_i \leq w, 1 \leq y_i \leq h$), ktoré označujú pozíciu, na ktorú bude postavený i -ty kúsok múra.

Formát výstupu

Vypíšte n takých riadkov, že v i -tom riadku bude jedno celé číslo – plocha územia, ktoré je chránená protipovodňovým múrom po postavení i -teho kúska. To znamená počet takých políčok, na ktoré nevie pritecť voda.

Príklad

vstup

```
4 4
10
1 1
1 2
1 3
2 1
2 3
3 1
3 2
3 3
2 2
3 4
```

výstup

```
1
2
3
4
5
6
7
9
9
10
```

Prvých 8 kusov múra ochráni pred povodňami územie veľkosti 3×3 . Deviaty štvorček nemá vôbec žiadny účinok, lebo políčko (2,2) už bolo chránené. Desiaty kúsok neuzavrie žiadne územie a teda prispeje len svojou plochou.

8. O()kúzlení

kat. O; 12 b za popis, 8 b za program

Udalosti spomínané v tomto zadaní sú založené na pravdivých faktoch. Všetky si vyžiadať vystúpenie, keď ho najbližšie stretneš.

Komu z nás sa nepáči mágia? Rýchle prsty, odvádzanie pozornosti a na prvý pohľad neuskutočniteľné veci? Niet divu, že aj Mišof sa v svojej mladosti naučil zopár trikov, ktoré teraz predvádza na skrátene dlhej chvíle alebo na machrovanie v krčme.

³Ministerstvo vodohospodárstva prepláca náklady na výstavbu.

Pozná pár kartových trikov, necháva miznúť zápalky a rôzne iné predmety, na povrazoch sa objavujú všelijaké uzly a dokonca dokáže opraviť roztrhnutú bankovku. Ako to robí? To ti, samozrejme, nemôžem povedať. Chápeš, tajomstvo kúzelníka.

Nedávno sa Mišof naučil nový trik a preto ti ho chcel predviesť. Do radu postavil n nepriehľadných pohárov otočených hore dnom. Pod niektoré z nich položil guľičku. Spýtal sa ťa na súvislý interval pohárov a začal odkrývať, čo sa nachádza pod nimi. Na tvoje prekvapenie pod každým z vybraných pohárov bolo presne to, čo si neočakával. Ak tam na začiatku guľička bola, teraz tam nie je a naopak. Uau. Potom guľičky opäť zakryl a postup opakovoval s novým intervalom. Si okúzlený?⁴

“A to nie je všetko!” chváli sa Mišof. “Tiež ti viem ukázať najdlhšiu, nie nutne súvislú podpostupnosť pohárov, v ktorej sa pod pohármi najskôr guľičky nenachádzajú a potom sa tam už stále nachádzajú.”

“Ale však to nie je ťažké.” Povieš a po chvíli premýšľania ukážeš správnu podpostupnosť.

“Áno? A dokážeš to, aj keď ti zmením tento interval, aj tento a nakoniec aj tento?” nedá pokoj Mišof.

No čo, dokážeš?

Úloha

Na vstupe dostaneš popis postupnosti a zmeny, ktoré nastali. Každá zmena je daná (uzavretým) intervalom pohárov. V tomto intervale sa objaví guľička pod každým pohárom, kde sa nenachádzala a zmizne spod každého pohára, kde bola. Jednotlivé zmeny na seba postupne naväzujú.

Raz za čas sa ťa Mišof opýta otázku: Aká je dĺžka najdlhšej (nesúvislej) podpostupnosti, kde na začiatku tejto podpostupnosti sú prázdne poháre a na konci poháre s guľičkou? Presnejšie, po žiadnom pohári, pod ktorým je skrytá guľička nemôže v tejto podpostupnosti nasledovať pohár, pod ktorým guľička nie je.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je číslo n ($1 \leq n \leq 300\,000$) – počet pohárov v postupnosti.

V druhom riadku je reťazec znakov 0 a 1, kde 0 reprezentuje pohár, pod ktorým sa guľička nenachádza, a 1 reprezentuje pohár so skrytou guľičkou. Tento reťazec určuje začiatočné rozmiestnenie guľičiek.

V treťom riadku je číslo q ($1 \leq q \leq 300\,000$) – počet udalostí.

Nasleduje q riadkov popisujúcich jednotlivé udalosti. Ak sa v riadku nachádza iba jediný znak 1, znamená to, že Mišof sa pýta otázku na aktuálny stav pohárov a guľičiek. Ak riadok začína znakom 2, znamená to zmenu intervalu, ktorý je definovaný nasledujúcimi dvoma číslami x_i a y_i ($1 \leq x_i, y_i \leq n$) na riadku. Prvé číslo je začiatok a druhé číslo je koniec daného intervalu.

Úloha má osem testovacích sád. V prvých piatich z nich platí, že $n \cdot q \leq 1\,000\,000$. Navyše, v každej párnej sade platí, že $x_i = y_i$.

Formát výstupu

Pre každú Mišofovu otázku, udalosť 1, vypíšte jedno číslo – dĺžku najdlhšej podpostupnosti pohárov, kde sa všetky poháre, pod ktorými nie je guľička, nachádzajú pred všetkými pohármi, pod ktorými guľička je.

Príklad

vstup	výstup
5 00001 6 1 2 1 2 1 2 1 1 2 4 4 1	5 3 4

V prvej otázke je správna odpoveď celá postupnosť. Po prvej zmene vyzerá celá postupnosť 11001. V tomto prípade jedna so správnych podpostupností pozostáva iba z jednotiek. Na konci dostaneme 01011 a do výsledku vyberiem obe nuly a posledné dve jednotky.

⁴Tak stále buď, ale ak by ťa zaujímalo ako sa také niečo dá spraviť, odporúčam pozrieť www.youtube.com/watch?v=8osRaFTtgHo