



Úlohy 1. kola zimnej časti

Termín odoslania riešení tohto kola je pondelok **23. októbra 2018**. Doprogramovanie končí v podnelok 6. novembra 2018.

1. Trefa do čierneho

12 b za popis, 8 b za program

Rozpálené slnko už pár dní pieklo, a tak sa Emo so Samom rozhodli, že sa uchýlia do klimatizovanej haly a zahrajú si partičku squashu. Emo využíval všetky svoje tenisové schopnosti. Keď raz napriahol ruku a švihol raketou v snahe odbiť loptičku, trafil miesto nej Samovu nohu. Tak bol ich zápas predčasne ukončený a každý išiel spať svojou cestou.

Samo sa teraz potrebuje vrátiť na internát, ktorý sa nachádza od haly smerom presne na severovýchod. Najradšej by išiel najkratšou trasou – priamo na severovýchod. Keďže po zničujúcom údere jeho noha nie je úplne v poriadku, nie celkom sa mu to darí. Chvíľu poskakuje na svojej zdravej ľavej nohe, no vtedy namiesto toho, aby išiel na severovýchod, ide smerom na východ. Chvíľu potom kráča po oboch a vtedy sa mu darí kráčať na sever. Potom ho noha ale zase začne bolieť a musí poskakovať, a teda ísť na východ. Toto sa dookola opakuje a Samo teda miesto priamo na severovýchod ide cik-cak, raz na východ, raz na sever.

Keďže si Samo nie je istý, či sa takto vôbec dostane na internát, zaujímalo by ho, koľkokrát by pretol svoju ideálnu trasu (polpriamku idúcu od haly na severovýchod), ak by takýmto spôsobom pokračoval donekonečna.

Úloha

Samo sa na začiatku nachádza v bode $(0, 0)$ súradnicovej sústavy. Jeho pohyb sa dá popísať pomocou dvoch čísel d_x a d_y . Samo postupne donekonečna opakuje dva posuny:

- Posun o d_x metrov smerom na východ (v smere rastúcej x -ovej súradnice)
- Posun o d_y metrov smerom na sever (v smere rastúcej y -ovej súradnice)

Vašou úlohou je zistiť, koľkokrát takto pretne priamku $x = y$, pričom za pretnutie rátame aj dotyk s priamkou.

Formát vstupu

Aby sme mohli presnejšie testovať rýchlosť vašich riešení, v každom testovacom vstupe bude potrebné vyriešiť úlohu pre viacero dvojíc d_x, d_y .

Na prvom riadku vstupu bude číslo t ($1 \leq t \leq 1000$), určujúce počet zadaní úlohy, ktoré treba vyriešiť. Nasleduje t riadkov, každý z nich obsahuje dve celé čísla d_x, d_y ($1 \leq d_x, d_y \leq 10^{15}$) oddelené medzerou: číslo d_x predstavujúce dĺžku posunu smerom na východ a číslo d_y predstavujúce dĺžku posunu smerom na sever.

Formát výstupu

Pre každú zadanú dvojicu d_x, d_y vypíšte do samostatného riadku počet pretnutí Samovej cesty s priamkou $x = y$. V prípade, že priamku cesta pretne nekonečne veľa ráz, vypíšte -1 . Nezabudnite vypísať znak konca riadku aj za posledným riadkom výstupu.

Hodnotenie

Vaše riešenia budú testované na štyroch sadách testovacích vstupov, pre ktoré platí:

Sada	1	2	3	4
Maximálne d_x, d_y	1000	10^6	10^{12}	10^{15}

Všimnite si, že čísla d_x a d_y presiahnu $2^{31} - 1$ (zhruba $2 \cdot 10^9$), čo je najväčšie číslo, ktoré sa dá uložiť v 32-bitovej premennej so znamienkom. Použite preto 64-bitové premenné typu `long long` v C++ a `Int64` v Pascale.

Príklad

vstup

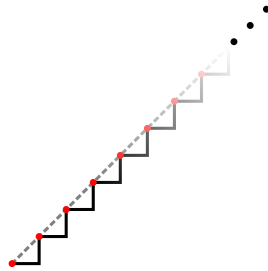
```
2
1 1
3 2
```

výstup

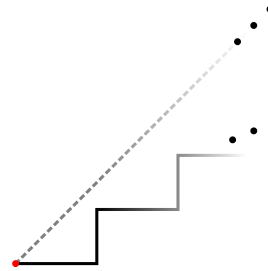
```
-1
1
```

Pri prvej ceste sa Samo priamky dotkne nekonečne veľa ráz. Pri druhej ceste sa priamky dotkne iba v bode $(0, 0)$.

1. cesta



2. cesta



2. Ukladanie kartičiek

12 b za popis, 8 b za program

Vlejd sa rád hrá s najrôznejšími kartičkami. Najčastejšie sú to [Magic¹](#) kartičky, ale rád spoznáva aj nové hry. Toto leto sa vybral na stáž do Ameriky, a samozrejme využil príležitosť aby sa pri tom naučil hrať nejaké nové kartičky. Jednu hru sa naučil už cestou v lietadle, kde mu ju ukázal spolusediaci John. Povedal mu: “Pravidlá sú veľmi jednoduché, to pochopíš počas hry”.

Hra bola naozaj jednoduchá. Kartičky boli rozložené na stole a každá mala na vrchu jedno číslo. Hráči sa striedali v ťahoch. V jednom ťahu si hráč vyberie jednu kartičku, ktorú odstráni z hry. Spolu s ňou odstráni aj všetky kartičky s menším číslom. Vyhráva hráč, ktorý odstráni poslednú kartičku. Vlejd to naozaj rýchlo pochopil, a za chvíľu už vždy vedel nájsť najlepší ťah. John, ako skúsený hráč, taktiež vždy spravil optimálne rozhodnutie. Vtom si Vlejd uvedomil, že zistiť kto túto hru nakoniec vyhrá sa dá už na začiatku. Viete to aj vy?

Úloha

Na vstupe je zoznam kartičiek. Rozhodnite, či môže Vlejd vyhrať, za predpokladu, že ťahá prvý, a obaja hráči hrajú optimálne – teda napr. ak existuje taký Vlejdov ťah, že bezohľadu na to aký ťah vzápätí spraví John, Vlejd nakoniec vyhrá, spraví ho.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo n , počet kartičiek ($1 \leq n \leq 10^5$). Na druhom riadku je n čísel a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^5$), kde a_i je číslo na i -tej kartičke.

Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno slovo ukončené novým riadkom, a to ‘Vlejd’ ak Vlejd môže vyhrať a ‘John’ ak Vlejd nemôže vyhrať.

Príklady

vstup

```
5
1 3 2 1 4
```

výstup

```
Vlejd
```

Vlejd zoberie kartičku 4 a s ňou aj všetky ostatné.

vstup

```
4
3 3 3 3
```

výstup

```
John
```

¹https://cs.wikipedia.org/wiki/Magic:_The_Gathering

V tejto hre Vlejd nemal na výber.

vstup

výstup

1
100000

Vlejd

3. Hurá leto!

12 b za popis, 8 b za program

Prišlo leto. Poznáte to, prázdniny, oddych, kľud. Žaba sa tiež tešil na túto udalosť. Prišiel domov, hodil sa na posteľ a okamžite z nej spadol.

Celý ubolený sa spamätávajúc pozerá, čo sa stalo s jeho útulnou a pohodlnou postieľkou, že ho takto odmieta. Na jeho zhrozenie zistil, že mama Žabica mu poupratovala izbu a natlačila všetko do škatulí pod Žabovu posteľ. Trochu jej to ale nevyšlo. Posteľ teraz stojí nakrivo, pretože škatule sú vyššie ako samotná posteľ!

Žaba sa teda rozhodol, že vynesie škatule na povahu. Chcel by to ale, pochopiteľne, urobiť na čo najmenej otočení. Začal ukladať škatule jednu na druhú, no všimol si, že niektoré sú trochu vlhké. Ako vieme, vlhké, poloprázdne škatule udržia menej, než také škatule plné kníh (tie vydržia hocičo). Žaba teda odhadol pevnosť každej škatule, usporiadal ich podľa svojich odhadov a konečne išiel spať. Pomôžte mu a rozdeľte škatule na čo najmenej veží, aby ich mohol odnieť, keď vstane.

Úloha

Máte pred sebou n rovnako veľkých škatúl, líšiacich sa iba ich pevnosťou, usporiadaných podľa ich pevnosti. Pevnosť škatule predstavuje počet škatúl, ktoré môžu byť vo veži položené nad danou škatuľou (teda škatuľa s pevnosťou 0 musí byť na vrchu veže, škatuľa s pevnosťou 1 môže byť buď na vrchu alebo druhá zhora atď.). Zistite, koľko najmenej veží vie Žaba z týchto škatúl postaviť, ak musí použiť všetky škatule!

Formát vstupu

Na začiatku vstupu sa nachádza číslo n ($1 \leq n \leq 10^5$) – počet škatúl, ktoré Žaba našiel pod posteľou. Na ďalšom riadku je n medzerou oddelených čísel (zoradených vzostupne) popisujúcich pevnosti jednotlivých škatúl – číslo na i -tom mieste určuje pevnosť i -tej škatule. Pevnosť každej škatule je celé číslo medzi 0 a 10^5 vrátane.

Formát výstupu

Na výstup vypíšte jedno číslo – najmenší počet veží, ktorý sa dá postaviť za použitia všetkých škatúl.

Upozornenie

Na získanie plného počtu bodov za popis je potrebné vyriešiť túto úlohu v najlepšej možnej asymptotickej časovej zložitosti. Plný počet bodov za program sa dá získať aj riešeniami s trochu horšou časovou zložitosťou.

Príklad

vstup

3
0 1 2

výstup

1

Všetky škatule môžeme naukladať do jednej veže.

vstup

4
2 2 2 2

výstup

2

Ak by sme chceli postaviť iba jednu vežu, najspodnejšia škatuľa by musela mať pevnosť aspoň 3. Môžeme však postaviť dve veže po dve škatule, alebo jednu vežu z troch škatúl a jednu vežu z jednej škatule.

4. Éra pečúceho slnka

12 b za popis, 8 b za program

Za posledný týždeň sa Emo spálil na slnku každý deň. Jeho frajerku to už prestalo baviť, takže teraz sa musí každé ráno natrieť opaľovacím krémom.

Emo sa okolo ôsmej, keď ešte slnko tak nepáli, vydá zo svojho domčeku do jediného domčeku v meste, ktorý má opaľovací krém. Do tohto domčeku nemusí viesť priama cesta, preto po ceste bude musieť navštíviť niekoľko ďalších domčekov, ktoré sú poprepájané chodníkmi. Medzi každými dvoma domčekmi je najviac jeden chodník

ktorý ich spája. Aby nemusel zbytočne šliapať, zvolí si trasu najkratšiu – teda takú, ktorá vedie cez čo najmenej domčekov.

Vy z výšin sledujete Emov osud a nechcete, aby jeho život sklzol do každodennej rutiny a chodil každý deň tou istou cestou. Radi by ste sieť chodníkov navrhli tak, aby tam najkratších možných ciest bolo viacero.

Rozhodte kocky osudu na stôl, máchnite žezlom večnosti a vymyslite plán mesta, ktorý bude mať vyššími mocnosťami stanovený počet rôznych najkratších trás!

Úloha

Od vyšších mocností dostanete číslo k . Vašou úlohou bude vytvoriť taký plán mesta – domčekov a chodníkov medzi nimi – v ktorom vedie medzi dvoma zvolenými domčekmi práve k rôznych najkratších ciest. A aby mesto nebolo príliš veľké, môže mať najviac tisíc domčekov.

Formát vstupu

Vstup obsahuje jedno jediné číslo k ($1 \leq k \leq 1\,000\,000\,000$) – počet najkratších možných ciest medzi Emovým domčekom a opaľovacím krémom.

Formát výstupu

Správny výstup tvorí popis ľubovoľného mesta spĺňajúceho všetky zadané podmienky.

Popis mesta musí mať nasledovnú formu. Na prvom riadku výstupu sú dve medzerou oddelené čísla – d a c . Číslo d označuje počet domčekov vo vašom meste a musí preň platiť $2 \leq d \leq 1\,000$. Číslo c označuje počet chodníkov v meste a musí preň platiť $1 \leq c \leq 1\,000\,000$. Nasledujúcich c riadkov výstupu popisuje jednotlivé chodníky.

Domčeky v meste si očísľujeme od 1 po d . Domček číslo 1 je dom, v ktorom býva Emo a domček číslo d dom, v ktorom je opaľovací krém. Popis chodníka je tvorený dvoma medzerou oddelenými číslami – číslami domčekov, ktoré tento chodník spája. Po chodníkoch sa dá chodiť v oboch smeroch, a preto môžu byť uvedené v ľubovoľnom poradí. Teda chodník 2 1 je ten istý ako chodník 1 2.

Vo vami uvedenom meste by malo platiť, že medzi domčekmi 1 a d vedie práve k rôznych najkratších ciest.

Hodnotenie

Vaše riešenia budú testované na ôsmich sadách testovacích vstupov, pre ktoré platí:

Sada	1	2	3	4	5	6	7	8
$0 < k \leq$	30	500	5000	10^5	10^6	10^9	10^9	10^9

Príklad

vstup

1

výstup

2 1
1 2

Výsledné mesto má dva domčeky a jeden chodník vedúci medzi nimi. Ale správny by bol napríklad aj popis mesta s tromi domčekmi a dvoma cestami, ktoré by viedli medzi domčekmi 1 2 a 2 3.

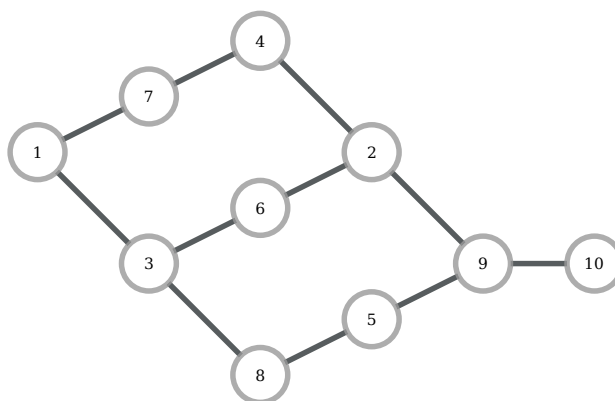
vstup

3

výstup

10 11
8 5
3 6
2 9
5 9
7 4
3 1
8 3
2 4
1 7
10 9
6 2

V tomto príklade sú tri rôzne najkratšie cesty dĺžky 5. Sú to cesty 1–7–4–2–9–10, 1–3–6–2–9–10 a 1–3–8–5–9–10.



5. Letné nakupovanie

12 b za popis, 8 b za program

Prišlo leto a s ním aj **LTT**². Úžasná akcia, ktorej sa chce každý nadšený matematik, fyzik či informatik zúčastniť. Vedúci si na sústredenie prichystali množstvo zaujímavých prednášok. Keď však dorazili na chatu, zistili, že väčšina ich fixiek nepíše. Na vedúcovskej izbe zavládol nepokoj. Čo budú robiť? Aké vedomosti si účastníci z tábora odnesú, ak nikto nebude môcť vysvetľovať na tabuľu? Nuž, podujali sa fixky vo veľkom množstve nakúpiť. Zásoby v jednotlivých dedinách naokolo sú však obmedzené a z miest, ako tak blízko k chate, to bude isto nejaký čas trvať. Oni však majú málo penazí a tiež by chceli, aby fixky prišli čím skôr. Vymyslite, ako im s týmto problémom pomôcť a čo najskôr k nim fixky dopraviť.

Úloha

V úlohe dostanete pre každý obchod počet fixiek, ktoré má na sklade – p_i a cenu za jeden kus – c_i . Navyiac od nás dostanete informácie o tom, ktoré obchody sú s ktorými priamo prepojené cestou. Môžete predpokladať, že prevoz fixiek medzi nejakými priamo spojenými obchodmi trvá nejaký konštantný čas, napr. 1 hodinu. Vašou úlohou je nájsť najmenší čas t , za ktorý je možné dopraviť p fixiek na chatu za cenu najviac c . Znamená to teda, že vašou hlavnou úlohou je minimalizovať čas, za ktorý fixky dorazia na chatu, nie celkovú cenu, tá samozrejme ale musí byť dostatočne malá aby bola zaplatiteľná vedúcimi.

Formát vstupu

Na začiatku vstupu sa nachádzajú 4 čísla n, m, p, c . Číslo n ($1 \leq n \leq 100\,000$) – počet obchodov, ktoré sa nachádzajú v okolitých dedinách, m ($1 \leq m \leq 1\,000\,000$) – počet spojení medzi obchodmi ale aj chatou a potom p ($1 \leq p \leq 10^7$) a c ($1 \leq c \leq 10^9$), počet fixiek, ktoré chceme nakúpiť a maximálna cena, ktorú si môžeme dovoliť zaplatiť. **Chata** má v našom číslovaní vždy číslo n a nepočíta sa medzi obchody. Na ďalšom riadku je n medzerou oddelených čísel, ktoré reprezentujú p_i ($0 \leq p_i \leq 10^7$). i -te číslo na tomto riadku určuje počet fixiek, ktoré má na sklade i -ty obchod. Na ďalšom riadku je n medzerou oddelených čísel, ktoré reprezentujú c_i ($0 \leq c_i \leq 10^9$). i -te číslo na tomto riadku určuje cenu jednej fixky v i -tom obchode. Na nasledujúcich m riadkoch sú postupne dvojice čísel a, b ($0 \leq a, b \leq n$), reprezentujúce, že existuje priama a obojsmerná cesta medzi lokáciami(chata/obchod) s číslom a a b . Všimnite si, že napriek tomu, že obchody čísloujeme od 0, a , či b môžu byť aj rovné n , čo symbolizuje cestu, ktorá spája nejaký obchod a chatu. Môžete predpokladať, že z každej lokácie sa dá dostať do každej inej lokácie postupnosťou nejakých priamych spojení.

Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno číslo – najmenší čas, za ktorý sa dá nakúpiť p fixiek, pričom ich cena dokopy nepresiahne cenu c alebo -1 ak sa to nedá.

Hodnotenie

Pre jednotlivé sady platia aj tieto špeciálne obmedzenia:

V prvej sade platí, že počet obchodov je malý a takisto aj počet priamych ciest, teda $n \leq 100$ a $m \leq 150$. V druhej sade platí, že $n \leq 10\,000$ a $m \leq 50\,000$. Pre tretiu a štvrtú sadu neplatia žiadne špeciálne obmedzenia.

²<https://ltt.trojsten.sk/>

Príklad

vstup

```
4 4 10 32
7 3 5 4
9 2 3 4
0 4
1 4
2 4
3 2
```

výstup

2

V tomto prípade existujú obchody do vzdialenosti 2, ktoré nám spolu vedú dopraviť dosť fixiek za prijateľnú cenu. Konkrétne sú to obchody 1, 2 a 3. Môžeme napr. vziať 3 fixky z obchodu 1, 5 fixiek z obchodu 2 a 2 fixky z obchodu 3. Za cenu $3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 29$. Ak by sme hľadali riešenie do vzdialenosti 1, museli by sme nakúpiť fixky v obchode 0, ktorý je ale na naše dostupné prostriedky prídrahý.

vstup

```
4 5 5 20
10 3 1 2
7 4 4 6
4 3
4 2
1 0
4 1
3 0
```

výstup

-1

V tomto prípade neexistujú obchody, z ktorých by sme vedeli nakúpiť potrebné množstvo za nami požadovanú cenu.

6. Egyptské pyramídy

12 b za popis, 8 b za program

Neferjerry vyšla na balkón jej luxusného sídla. Do tváre jej hneď udrela všade prítomná horúčava Egypta. Rozpálený suchý vzduch bol narušený iba údermi vejárov jej otrokov. Pomaly sa presunula k lehátku skrytým v tieni, ľahla si naň a nechala sa kŕmiť bobulkami hrozna. Život hlavného architekta faraónov bol plný prepychu a pohodlia.

V poslednom čase ju však trápilo nové zadanie. Postaviť obrovskú Cheopsovu pyramídu bola hračka. Naplniť skrytú hrobku Tutanchamóna kľiatbami bola výzva, ale nič čo by nezvládla. To čo však od nej žiadal Tutanjanón bolo takmer nemožné.

Všetci predsa vedú, že pyramída sa stavia z obrovských kamenných blokov tvaru kocky. Z nich sa tvorí h poschodí pyramídy. Najspodnejšie poschodie je štvorec, ktorého jedna strana má x blokov, najvrchnejšie poschodie je tvorené jediným blokom. Zvyšné poschodia sú následne pekne vycentrované na stred pyramídy. A doteraz bolo zvykom, že tieto poschodia boli takisto štvorcové.

Nový faraón si však zmyslel, že vôbec nebude vadiť ani keď to budú "takmer štvorce". A namiesto toho aby ju nechal navrhnúť najkrajšiu takúto pyramídu, rozhodol sa vybrať si ju náhodne. Neferjerry preto povedal, aby zistila, koľko rôznych pyramíd by mohla postaviť, aby vedel, z čoho si vyberá. A hoci kopy pergamenov zapísaných výpočtami sa zväčšujú, Neferjerry nie je o nič bližšie k riešeniu.

Rozmýšľajúc sa pozrela na vás, ako ju ovievate a kŕmite hroznom. Však na čo mať otrokov (čítaj riešiteľov KSP), ak nie na špinavú prácu a nudné výpočty. Rukou prešla po koženom biči, ktorý jej ležal pri nohách a s úsmevom sa otočila na vás: "Mám pre vás úlohu..."

Úloha

Vašou úlohou bude zistiť počet pyramíd, ktoré Neferjerry môže postaviť faraónovi Tutanjanovi. Tieto pyramídy musia spĺňať nasledovné podmienky:

- vrchné poschodie je tvorené jedným blokom
- pyramída má práve h poschodí
- spodné poschodie je tvorené $x \times x$ blokmi
- každé poschodie je v oboch rozmeroch aspoň o dva bloky kratšie ako poschodie pod ním (to spôsobí, že keď ich vycentrujeme na stred, tak každé poschodie bude vo všetkých štyroch smeroch aspoň o jeden blok kratšie ako to pod ním a pyramída bude pekná)

- každé poschodie musí byť “takmer štvorec” – to je taký obdĺžnik, v ktorom je absolútna hodnota rozdielu jeho šírky a dĺžky najviac 3 (všimnite si, že štvorec je tiež “takmer” štvorec)

Dve pyramídy považujeme za rôzne ak sa líšia vo veľkosti aspoň jedného poschodia z pohľadu od Cheopsovej pyramídy. To znamená, že pyramída, ktorej tretie poschodie má veľkosť 3×4 je rozdielna od pyramídy, ktorej tretie poschodie má veľkosť 4×3 .

Keďže počet takýchto pyramíd môže byť naozaj veľký, vypíšte zvyšok tohto čísla po delení 1 000 000.

Formát vstupu

Vstup je tvorený dvoma číslami h a x ($2 \leq h \leq 2000$, $3 \leq x \leq 5000$) – prvé určuje výšku pyramídy a druhé veľkosť najspodnejšieho poschodia. Vo všetkých vstupoch platí, že $x \geq 2 \cdot h - 1$, teda vždy sa dá postaviť aspoň jedna taká pyramída.

V jednotlivých sadách navyše platia nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4	5	6	7	8
$h \leq$	2	10	100	2000	500	1 000	2 000	2 000
$x \leq$	15	50	500	500	1 500	3 500	5 000	5 000

Formát výstupu

Na výstup vypíšte jedno číslo – počet pyramíd, ktoré spĺňajú všetky uvedené podmienky, modulo 1 000 000.

Príklad

vstup

3 7

výstup

9

Vrchné aj spodné poschodia sú jednoznačne určené. Stredné poschodie môže mať nasledovné veľkosti: 5×5 , 5×4 , 5×3 , 4×5 , 4×4 , 4×3 , 3×5 , 3×4 , 3×3 .

vstup

12 23

výstup

1

Každé poschodie musí byť štvorec o dva menší ako poschodie pod ním.

vstup

7 20

výstup

397944

7. Telefonát

12 b za popis, 8 b za program

“Čau Radka, už si sa začala učiť na maturity?” ozvalo sa zo slúchadla.

“Blázníš?! Však je polka leta. Aktuálne ma trápí iba to, ako budem čo najdlhšie spať, a kde sa pôjdem kúpať.”

“No hej... Ale vieš, že tohtoročné maturity pripravuje Žaba. To nebude také ľahké. A ak chceš aby ťa zobrali na informatiku na najlepšej škole – matfyz³ – bez prijímačiek, musíš mať z maturity 1.”

“Prosím ťa. Na to aby ťa zobrali na matfyz stačí byť úspešným riešiteľom olympiády v informatike, teda získať 10 zo 40 bodov. Malina. A ešte sa na dva dni uleješ zo školy. Aj ty by si sa mala tento rok zapojiť, Rebeka.”

“Okrem toho,” pokračovala Radka, “videla som jedno z nových maturitných zadaní. Spočítaj ciferný súčet zadaného čísla⁴. Mala som to naprogramované za 3 minúty. Však pozri, poslala som ti kód v správe.”

Listing programu (Python)

```
n = int(input())
sucet = 1
while n > 0:
    sucet *= n%10
    n //= 10
print(sucet)
```

³<https://fmph.uniba.sk/studium/prijimacie-konanie/univerzitna-elektronicka-prihlaska/>

⁴Samozrejme, že Žaba by takúto ľahkú maturitnú otázku nepripravil. Čo je mäkký? Jeho maturanti budú musieť poznať aj Mersenove prvočísla⁵.

“Počuj, Radka,” opáči Rebeka. “Určite to máš dobre? Všet tam máš * namiesto +.”

“Ale všet na všetkých vstupoch to fungovalo. Pre 22 vráti 4. Pre 1142 číslo 8. . .”

“No hej, ale mám pocit, že to je skôr náhoda. Všet pre 33 vypíšeš 9, ale správne by to malo byť 6.”

“Hmmm. . . máš pravdu. Ale aj tak, skúšala som si to na fakt veľa vstupoch a vždy to dávalo správne výsledky.”

“Asi preto, že sa ti vždy podarilo trafiť číslo, ktorého ciferný súčet aj súčin sú rovnaké. Mala si len šťastie, alebo je takých čísel ozaj tak veľa?” zaujímalo Rebeku.

“Neviem, ale určite sa to dá vypočítať!”

Úloha

Samozrejme, čísel, ktoré majú rovnaký ciferný súčet aj súčin je nekonečne veľa. A ak to samozrejme nie je, tak si to skúste rozmyslieť. Zisťovať ich počet by preto nebola zaujímavá KSP úloha. Zaujímavé je ale zisťovať, koľko prirodzených čísel má ciferný súčet aj súčin rovný číslu n .

Formát vstupu

Na jedinom riadku vstupu je zadané číslo n . V ôsmych testovacích sadách platia pre toto číslo nasledovné obmedzenia:

Sada	1	2	3	4	5	6	7	8
$n \leq$	10	100	500	1 000	50 000	100 000	300 000	300 000

Formát výstupu

Na výstup vypíšete jedno číslo – počet prirodzených čísel, ktorých ciferný súčet aj ciferný súčin je rovný číslu n . Keďže takýchto čísel môže byť naozaj veľa, vypíšete ich počet modulo $10^9 + 7$.

Príklad

vstup	výstup
4	2
<i>Dve čísla, ktorých ciferný súčet aj súčin je 4 sú čísla 22 a 4.</i>	
vstup	výstup
8	23
<i>Jednou z možností je číslo 1142.</i>	
vstup	výstup
72	100110164

8. Obchod mení cenu kryptomeny!

12 b za popis, 8 b za program

Táto úloha je podobná úlohe s pred dvoch kôl, *Ako Jemo Etku spoznal*⁶. Rozdiel je v tom, že sa ceny kryptomien menia v čase, a sú iné obmedzenia na vstup.

Jemko sa ešte stále pokúša očariť Etku pri pulte s kryptomenami. Každý deň chodí do Teska a nakupuje kryptomeny čo najvýhodnejšie. Etkinu pozornosť sa mu ale zachytiť nedarí.

Prednedávnom ale spravil objav a hneď mu svitlo, kde by mohol byť problém—všimol si, že každý deň sa v Tesku zmení cena práve jednej kryptomeny. Háčik bol v tom, že doteraz predpokladal, že tieto ceny sú konštantné. Ak pri nákupe zoberie do úvahy tieto zmeny, tak jeho nákupy budú skutočne optimálne, a takúto optimálnosť si Etko určite všimne.

Úloha

V Tesku predávajú n kryptomien, ktoré sú vyložené na pulte v jednom dlhom rade. Každá kryptomena má nejakú cenu v obchode a nejakú hodnotu na trhu. Jemko bude obchod navštevovať nasledujúcich q dní. Na začiatku dňa sa zmení cena práve jednej kryptomeny, hodnoty ale zostávajú rovnaké.

Pretože Jemko chodí vždy večer, na pulte je vždy z každej meny už len 1 minca. Pre každú návštevu vieme, koľko má Jemko peňazí v peňaženke a odkiaľ pokiaľ vidí, a zaujíma nás odpoveď na otázku: “Akú najväčšiu hodnotu vie Jemko nakúpiť, ak si vyberá len medzi menami, na ktoré dovidí?”

⁶<https://www.ksp.sk/ulohy/zadania/1479/>

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu sú dve celé čísla n a q oddelené medzerou: počet rôznych kryptomien a počet dní, počas ktorých Jemko navštívi Tesko. Kryptomeny sú číslované od 1 po n .

Ďalší riadok je prázdny.

Nasleduje n riadkov, v každom sú dve medzerou oddelené celé čísla c_i, h_i : počiatočná cena i -tej kryptomeny v Tesku, a hodnota tejto kryptomeny na trhu.

Ďalší riadok je prázdny.

Na konci bude q riadkov popisujúcich udalosti v jednotlivých dňoch: Jemkove návštevy a zmeny cien v obchode. V každom riadku je päťka čísel k_i, b_i, l_i, r_i, p_i oddelených medzerou. Prvé dve čísla hovoria, že cena kryptomeny k_i sa na začiatku dňa zmení na b_i . Posledné tri čísla hovoria, že Jemko má v peňaženke p_i peňazí a môže nakupovať kryptomeny od l_i po r_i , vrátane.

Formát výstupu

Pre každú Jemkovu návštevu Teska vypíšte jeden riadok a v ňom jedno celé číslo: najväčšiu hodnotu, ktorú vie Jemko nakúpiť.

Hodnotenie

Pre jednotlivé sady vstupov platia nasledovné obmedzenia.

číslo sady	1	2	3	4
$1 \leq n \leq$	3 000	30 000	30 000	300 000
$1 \leq q \leq$	3 000	10 000	10 000	10 000

Vo všetkých vstupoch platia nasledovné obmedzenia pre ceny kryptomien a peňaženku: $1 \leq c_i, b_i, p_i \leq 50$.

Pre hodnoty kryptomien platí $0 \leq h_i \leq 10^6$.

Kryptomeny indexujeme od jednotky; platí teda $1 \leq k_i \leq n$ a $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$.

Príklad

vstup

```
5 3
5 5
6 6
7 7
8 8
9 9

1 7 1 5 22
2 8 1 5 22
3 9 1 5 22
```

výstup

```
22
20
17
```

Zrušenie kategórie T

Kategória T tak, ako ste ju poznali v minulých ročníkoch, už prebiehať **nebude**. Namiesto nej sme založili **Klub Súťažných Programátorov–Tryhardov** ⁷.

⁷<https://www.facebook.com/groups/241270236411550/>